

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

COMME EXIGENCE PARTIELLE
À L'OBTENTION DE
LA MAÎTRISE EN GÉNIE
M.Ing.

PAR
MARTIN LEFEBVRE

MÉTHODE D'ANALYSE DES FORCES AÉRODYNAMIQUES POUR L'ÉTUDE
DES INTERACTIONS AÉROSERVOÉLASTIQUES SUR LES AVIONS
F/A-18 (NASA) ET CL-604 (BA)

MONTREAL, LE 7 DÉCEMBRE 2005

© droits réservés de Martin Lefebvre

CE MÉMOIRE A ÉTÉ ÉVALUÉ
PAR UN JURY COMPOSÉ DE

Mme Ruxandra Botez, directrice de mémoire
Département de génie de la production automatisée à l'École de technologie supérieure

M. Guy Gauthier, président du jury
Département de génie de la production automatisée à l'École de technologie supérieure

Mme Nassrin Vayani, examinateur externe
Bombardier Aéronautique

CE MÉMOIRE A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE
DEVANT JURY ET PUBLIC

LE 7 DÉCEMBRE 2005

À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

MÉTHODE D'ANALYSE DES FORCES AÉRODYNAMIQUES POUR L'ÉTUDE DES INTERACTIONS AÉROSERVOÉLASTIQUES SUR LES AVIONS F/A-18 (NASA) ET LE CL-604 (BA)

Martin Lefebvre

RÉSUMÉ

L'aéroservoélasticité concerne les études des interactions entre les forces aérodynamiques, les systèmes de commande active et la structure flexible de l'avion modélisée par des éléments finis. Un des principaux aspects du domaine de l'aéroservoélasticité concerne la méthode de conversion par des moindres carrées (Least Squares LS) des forces aérodynamiques du domaine fréquentiel (en aéroélasticité) au domaine de Laplace (en aéroservoélasticité).

Cette méthode est appliquée sur deux modèles d'avion : le F/A-18 SRA (System Research Aircraft) de la NASA Dryden Flight Research Center et le CL-604 de Bombardier Aéronautique. Plusieurs outils ont été développés pour l'analyse des vitesses et fréquences de battement et pour le choix du nombre de termes de retard pour les deux avions. Une attention toute particulière devrait être donnée sur la sélection des fréquences réduites dans la génération des matrices aérodynamiques pour l'étude des interactions aéroservoélastiques.

MÉTHODE D'ANALYSE DES FORCES AÉRODYNAMIQUES POUR L'ÉTUDE DES INTERACTIONS AÉROSERVOÉLASTIQUES SUR LES AVIONS F/A-18 (NASA) ET LE CL-604 (BA)

Martin Lefebvre

SOMMAIRE

L'aéroservoélasticité concerne les études des interactions entre les forces aérodynamiques non-stationnaires, les systèmes de commande active et la structure flexible de l'avion modélisée par des éléments finis. Dans ce mémoire, l'un des principaux aspects du domaine de l'aéroservoélasticité est étudié sur deux modèles d'avion; le F/A-18 SRA (System Research Aircraft) de la NASA ainsi que le CL-604 de Bombardier Aéronautique. L'étude se penche tout particulièrement sur les méthodes de conversion des forces aérodynamiques (Aérodynamique non-stationnaire) du domaine fréquentiel au domaine de Laplace.

Les forces aérodynamiques sont calculées en aéroélasticité par les méthodes de doublets en régime subsonique ou par les méthodes des pressions constantes en régime supersonique en fonction des fréquences réduites et des nombres de Mach. Pour le F/A-18 SRA, le logiciel utilisé est STARS (Structural Analysis Routines) tandis que pour le CL-604, NASTRAN est employé. Une méthode classique de conversion des forces aérodynamiques du domaine de fréquence au domaine de Laplace pour les études des interactions aéroservoélastiques est la méthode des moindres carrés ou Least Squares (LS). Une comparaison des résultats obtenus a été effectuée entre les analyses utilisant les forces aérodynamiques telles que fournies par les logiciels STARS et NASTRAN, soit dans le domaine fréquentiel, et les méthodes d'approximation (LS). Plusieurs variations ont été effectuées pour bien comprendre les influences sur la précision de ces résultats pour finalement remarquer une très bonne exactitude des résultats.

Durant le développement de ce projet, plusieurs outils ont été développés pour l'analyse des vitesses de battement (instabilité en vol). Ces outils ont permis une meilleure compréhension des résultats par l'identification des modes de vibrations. Ces méthodes ont d'ailleurs été appliquées par Bombardier Aéronautique. Dans cette thèse, nous remarquons qu'une attention toute particulière devrait être donnée sur la sélection des fréquences réduites dans la génération des matrices aérodynamiques pour l'étude des interactions aéroservoélastiques.

**METHOD OF ANALYSIS OF AERODYNAMIC FORCES FOR
AEROSERVOELASTIC INTERACTIONS STUDIES
ON F/A-18 AND CL-604 AIRCRAFT**

Martin Lefebvre

ABSTRACT

The aeroservoelasticity concerns the interactions studies between the aerodynamic unsteady forces, the active control systems and the flexible aircraft structure modeled by finite elements. In this thesis, one main aspect of the aeroservoelastic interactions multidisciplinary domain is studied on an F/A-18 and on the CL-604 aircraft built at NASA and at Bombardier Aerospace. This aspect is related to the aircraft unsteady aerodynamics, more precisely is related to the conversion methods of the aerodynamic forces from the frequency into Laplace domain.

The aerodynamic forces are calculated in aeroelasticity by use of the Doublet Lattice Methods in the subsonic regime or by use of the Constant Pressure Methods in the supersonic regime on the F/A-18 and CL-604 by use of STARS (STructural Analysis Routines) software and Nastran. One classical method of conversion of the aerodynamic forces from the frequency domain into Laplace domain for the aeroservoelastic interactions studies is the Least Squares (LS) method. A comparison between the initial aerodynamic forces data in the frequency domain calculated by use of STARS and Nastran and the aerodynamic forces calculated by the LS method is presented in this thesis for the F/A-18 and CL-604 aircraft and for different flight conditions (Mach numbers and altitudes). Following this comparison, the values of aerodynamic forces were found to be very close to their approximations by the LS method. Flutter frequencies and speeds obtained with the LS method were found to be very close to the initially frequencies and speeds in the frequency domain.

A better visualization of flutter modes was realized on the CL-604 aircraft, and was further applied on the F/A-18 aircraft, due to the conception, in this thesis, of a better eigenvalues analysis. This method was very helpful to Bombardier Aerospace in a better identification of flutter modes and will be applied in the design of their future aircraft. In this thesis, we found that care should be given to the reduced frequencies range choice for the aeroservoelastic interactions studies.

REMERCIEMENTS

Je souhaite remercier Mme Ruxandra Botez, professeure–chercheure au département de génie de la production automatisée à l'École de technologie supérieure, pour m'avoir encouragé et aidé dans ce mémoire. Ces travaux n'auraient jamais été terminés sans son support et sa patience.

Je remercie également M. Kajal Gupta, M. Tim Doyle et M. Marty Brenner des laboratoires de la NASA Dryden Flight Research Center pour l'utilisation du logiciel STARS et pour leurs précieux conseils.

J'aimerais également remercier l'équipe de Bombardier Aéronautique composée de M. Nicholas Stathopoulos, M. Martin Dickinson, M. Sylvain Terrien et M. Alexandre Rathé pour leur collaboration durant le projet.

Finalement, je remercie mon épouse, Sonia Labbé, pour ses encouragements et son support constant puisque sans elle, je ne serais jamais rendu où je suis présentement dans mon cheminement académique.

TABLE DES MATIÈRES

	Page
SOMMAIRE	i
ABSTRACT	ii
REMERCIEMENTS.....	iii
TABLE DES MATIÈRES	iv
LISTE DES TABLEAUX	vi
LISTE DES FIGURES	x
LISTE DES ABRÉVIATIONS ET SIGLES	xii
INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1 – REVUE DE LA LITTÉRATURE	4
CHAPITRE 2 – MÉTHODES D’ANALYSES AÉROÉLASTIQUES	9
2.1 Méthode d’analyse aéroélastique Pk	9
2.1.1 Présentation générale de la méthode Pk	9
2.1.2 Solution de l’équation aéroélastique par la méthode Pk	11
2.2 Méthode d’approximation des forces aérodynamiques	13
2.2.1 Présentation de la méthode classique des moindres carrés	13
2.2.2 Solution de l’équation du système aéroélastique par LS	14
2.3 Introduction des forces aérodynamiques approximées par LS dans Pk ..	16
2.4 Algorithmes développés pour les analyses	19
2.4.1 Méthode Pk	19
2.4.2 Solution d’ordonnancement des modes	22
2.4.3 Intégration de la méthode de linéarisation LS dans la méthode Pk	23
CHAPITRE 3 – DESCRIPTION DES MODÈLES D’AVIONS	24
3.1 Présentation générale du F /A-18	24
3.1.1 Modèle Analytique du F /A-18	26
3.2 Présentation générale du Challenger 604 (CL – 604)	28
3.2.1 Modèle analytique du CL – 604	30
CHAPITRE 4 – RÉSULTATS DES ANALYSES DU CL-604	31
4.1 Modes symétriques	32
4.1.1 Modes élastiques	32
4.1.2 Modes élastiques et rigides	35
4.2 Modes anti-symétriques	37
4.2.1 Modes élastiques	37
4.2.2 Modes élastiques et rigides	38

4.3	modes symétriques et anti-symétriques	39
4.3.1	Modes élastiques	39
4.3.2	Modes élastiques et rigides	40
CHAPITRE 5 – RÉSULTATS DES ANALYSES DU F/A-18		42
5.1	Analyse subsonique ($M = 0.85$)	43
5.1.1	Modes symétriques	43
5.1.2	Modes anti-symétriques	47
5.2	Analyse supersonique ($M = 1.1, 1.3$ et 1.6)	50
5.2.1	Modes symétriques	50
5.2.2	Modes anti-symétriques	55
CHAPITRE 6 – ANALYSE DE DIFFÉRENTES FRÉQUENCES RÉDUITES		61
6.1	Résultats obtenus par le premier type d'analyse aéroservoélastique	62
6.2	Résultats obtenus par le deuxième type d'analyse aéroservoélastique...	65
CONCLUSION		67
BIBLIOGRAPHIE		73

LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau I	Fréquences réduites k correspondantes aux modes de battement du modèle structurel pour l'avion F/A-18 SRA 26
Tableau II	Fréquences réduites k correspondantes aux modes de battement du modèle structurel de l'avion CL-604 30
Tableau III	Erreurs de la méthode LS et de la méthode pk standard par rapport à la méthode pk utilisée chez Bombardier Aéronautique pour les 44 modes élastiques symétriques 35
Tableau IV	Erreurs de la méthode LS et de la méthode pk standard par rapport à la méthode pk utilisée chez Bombardier Aéronautique pour les 47 modes élastiques et rigides symétriques 36
Tableau V	Erreurs de la méthode LS et de la méthode pk standard par rapport à la méthode pk utilisée chez Bombardier Aéronautique pour les 50 modes élastiques anti-symétriques 37
Tableau VI	Erreurs de la méthode LS et de la méthode pk standard par rapport à la méthode pk utilisée chez Bombardier Aéronautique pour les 53 modes élastiques et rigides anti-symétriques 38
Tableau VII.a	Erreurs de la méthode LS et de la méthode pk standard par rapport à la méthode pk utilisée chez Bombardier Aéronautique pour les 94 modes élastiques (symétriques et anti-symétriques) Les 4 premiers battements 39
Tableau VII.b	Erreurs de la méthode LS et de la méthode pk standard par rapport à la méthode pk utilisée chez Bombardier Aéronautique pour les 94 modes élastiques (symétriques et anti-symétriques) Les 4 derniers battements 40
Tableau VIII.a	Erreurs de la méthode LS et de la méthode pk standard par rapport à la méthode pk utilisée chez Bombardier Aéronautique pour les 100 modes élastiques (symétriques et anti-symétriques) Les 4 premiers battements 41

Tableau VIII.b	Erreurs de la méthode LS et de la méthode pk standard par rapport à la méthode pk utilisée chez Bombardier Aéronautique pour les 100 modes élastiques (symétriques et anti-symétriques) Les 4 derniers battements	41
Tableau IX	Comparaison des vitesses et fréquences du premier battement pour $M = 0.85$, modes élastiques et symétriques	43
Tableau X	Comparaison des vitesses et fréquences du deuxième battement pour $M = 0.85$, modes élastiques et symétriques	44
Tableau XI	Erreurs relatives des vitesses et fréquences obtenues par la méthode LS par rapport à la méthode pk standard pour $M = 0.85$ modes élastiques et symétriques, Premier battement.....	46
Tableau XII	Erreurs relatives des vitesses et fréquences obtenues par la méthode LS par rapport à la méthode pk standard pour $M = 0.85$ modes élastiques et symétriques, Deuxième battement	46
Tableau XIII	Comparaison des vitesses et fréquences de battement pour $M = 0.85$, modes élastiques et anti-symétriques, Premier battement	47
Tableau XIV	Comparaison des vitesses et fréquences de battement pour $M = 0.85$, modes élastiques et anti-symétriques, Deuxième battement	48
Tableau XV	Erreurs relatives des vitesses et fréquences obtenues par la méthode LS par rapport à la méthode pk standard pour $M = 0.85$ modes élastiques et anti-symétriques, Premier battement	49
Tableau XVI	Erreurs relatives des vitesses et fréquences obtenues par la méthode LS par rapport à la méthode pk standard pour $M = 0.85$ modes élastiques et anti-symétriques, Deuxième battement	49
Tableau XVII	Comparaison des vitesses et fréquences de battement pour les modes élastiques et symétriques, Mach = 1.1	50
Tableau XVIII	Comparaison des vitesses et fréquences de battement pour les modes élastiques et symétriques, Mach = 1.4	52
Tableau XIX	Comparaison des vitesses et fréquences de battement pour les modes élastiques et symétriques, Mach = 1.6	53

Tableau XX	Erreurs relatives des vitesses et fréquences obtenues par la méthode LS par rapport à la méthode pk standard pour les modes élastiques et symétriques, Mach = 1.1	54
Tableau XXI	Erreurs relatives des vitesses et fréquences obtenues par la méthode LS par rapport à la méthode pk standard pour les modes élastiques et symétriques, Mach = 1.4	54
Tableau XXII	Erreurs relatives des vitesses et fréquences obtenues par la méthode LS par rapport à la méthode pk standard pour les modes élastiques et symétriques, Mach = 1.6	55
Tableau XXIII	Comparaison des vitesses et fréquences de battement pour les modes élastiques et anti-symétriques, Mach = 1.1	56
Tableau XXIV	Comparaison des vitesses et fréquences de battement pour les modes élastiques et anti-symétriques, Mach = 1.4	57
Tableau XXV	Comparaison des vitesses et fréquences de battement pour les modes élastiques et anti-symétriques, Mach = 1.6	58
Tableau XXVI	Erreurs relatives des vitesses et fréquences obtenues par la méthode LS par rapport à la méthode pk standard pour les modes élastiques et anti-symétriques, Mach = 1.1	59
Tableau XXVII	Erreurs relatives des vitesses et fréquences obtenues par la méthode LS par rapport à la méthode pk standard pour les modes élastiques et anti-symétriques, Mach = 1.4	60
Tableau XXVIII	Erreurs relatives des vitesses et fréquences obtenues par la méthode LS par rapport à la méthode pk standard pour les modes élastiques et anti-symétriques, Mach = 1.6	60
Tableau XXIX	Erreurs relatives des vitesses de battement obtenues par la méthode LS par rapport à la méthode pk standard pour 2 et 10 termes de retard pour trois série de k, modes symétriques Mach = 1.3	62
Tableau XXX	Erreurs relatives des vitesses de battement obtenues par la méthode LS par rapport à la méthode pk standard pour 2 et 10 termes de retard pour trois série de k, modes symétriques Mach = 1.6	63

Tableau XXXI	Erreurs relatives des vitesses de battement obtenues par la méthode LS par rapport à la méthode pk standard pour 2 et 10 termes de retard pour trois série de k, modes anti-symétriques Mach = 1.3	63
Tableau XXXII	Erreurs relatives des vitesses de battement obtenues par la méthode LS par rapport à la méthode pk standard pour 2 et 10 termes de retard pour trois série de k, modes anti-symétriques Mach = 1.6	64
Tableau XXXIII	Comparaison des erreurs relatives des vitesses de battement obtenues par la méthode LS par rapport à la méthode pk standard pour 2 et 10 termes de retard pour trois série de k, modes symétriques, Mach = 1.3.....	65
Tableau XXXIV	Comparaison des erreurs relatives des vitesses de battement obtenues par la méthode LS par rapport à la méthode pk standard pour 2 et 10 termes de retard pour trois série de k, modes symétriques, Mach = 1.6	65
Tableau XXXV	Comparaison des erreurs relatives des vitesses de battement obtenues par la méthode LS par rapport à la méthode pk standard pour 2 et 10 termes de retard pour trois série de k, modes anti-symétriques, Mach = 1.3	66
Tableau XXXVI	Comparaison des erreurs relatives des vitesses de battement obtenues par la méthode LS par rapport à la méthode pk standard pour 2 et 10 termes de retard pour trois série de k, modes anti-symétriques, Mach = 1.6.....	66
Tableau XXXVII	Nombre optimal de termes de retard (lags) à utiliser dans la méthode LS pour les différents cas sur l'avion CL-604	68
Tableau XXXVIII	Nombre optimal de termes de retard (lags) à utiliser dans la méthode LS pour les différents cas sur l'avion F/A-18 SRA	71

LISTE DES FIGURES

	Page
Figure 1	Illustration du phénomène d'entrecroisement des modes, courbes des amortissements en fonction de la vitesse 20
Figure 2	Exemple du problème d'entrecroisement des modes, courbes des amortissements en fonction de la vitesse 21
Figure 3	Illustration du principe de l'ordonnancement des valeurs propres 22
Figure 4	Illustration de la solution d'ordonnancement des modes, courbes des amortissements en fonction de la vitesse 23
Figure 5	Photo du F/A-18 SRA (Systems Research Aircraft) de la NASA (Vue du haut) 24
Figure 6	Photo du F/A-18 SRA (Systems Research Aircraft) de la NASA (Vue de côté) 25
Figure 7	Photo du F/A-18 SRA (Systems Research Aircraft) de la NASA (Atterrissage) 25
Figure 8	Photo des essais au sol sur l'avion F/A – 18 27
Figure 9	Photo de l'avion CL-604 (vue de face) 29
Figure 10	Photo de l'avion CL-604 (vue latérale) 29
Figure 11	Exemple démonstratif du graphique d'amortissement en fonction de la vitesse équivalente EAS 33
Figure 12	Graphique des vitesses de battement du premier mécanisme $M = 0.85$, Modes élastiques et symétriques 44
Figure 13	Graphique des vitesses de battement du deuxième mécanisme $M = 0.85$, Modes élastiques et symétriques 45
Figure 14	Graphique des vitesses de battement du premier mécanisme $M = 0.85$, Modes élastiques et anti-symétriques 47
Figure 15	Graphique des vitesses de battement du deuxième mécanisme $M = 0.85$, Modes élastiques et anti-symétriques 48

Figure 16	Graphique des vitesses du premier battement pour les modes élastiques et symétriques, $M = 1.1$	51
Figure 17	Graphique des vitesses du deuxième battement pour les modes élastiques et symétriques, $M = 1.1$	51
Figure 18	Graphique des vitesses du premier battement pour les modes élastiques et symétriques, $M = 1.4$	52
Figure 19	Graphique des vitesses du premier battement pour les modes élastiques et symétriques, $M = 1.6$	53
Figure 20	Graphique des vitesses du premier battement pour les modes élastiques et anti-symétriques, $M = 1.1$	56
Figure 21	Graphique des vitesses du deuxième battement pour les modes élastiques et anti-symétriques, $M = 1.1$	57
Figure 22	Graphique des vitesses du premier battement pour les modes élastiques et anti-symétriques, $M = 1.4$	58
Figure 23	Graphique des vitesses du premier battement pour les modes élastiques et anti-symétriques, $M = 1.6$	59
Figure 24	Erreur relative fonction du nombre de terme de retard	70

LISTE DES ABRÉVIATIONS ET DES SIGLES

A_e	Coefficients aérodynamiques pour un nombre de Mach donné
A_j	Coefficients de Padé
b	Demi- longueur de corde de l'aile
b_j	Retards aérodynamiques
c	Longueur de corde de l'aile
D	Matrice modale d'amortissement
D_e	Matrice modale d'amortissement structurel
d_i	Partie réelle d'une valeur propre, représentant l'amortissement
I	Matrice identité
\vec{j}	Racine carrée de -1
J	Erreur quadratique
K	Matrice modale de rigidité
K_e	Matrice modale de rigidité structurelle
k	Fréquence réduite
M	Matrice modale d'inertie ou de masse
M_e	Matrice modale d'inertie ou de masse structurelle
$Mach$	Nombre de Mach
n	Nombre de modes indépendants ou coordonnées généralisées
n_β	Nombre de retards aérodynamiques
P_e	Perturbation externe
Q	Matrice modale des forces aérodynamiques généralisées
Q_I	Partie imaginaire de la matrice modale des forces aérodynamiques généralisées
Q_R	Partie réelle de la matrice modale des forces aérodynamiques généralisées
q	Vecteur déplacement des nœuds
q_{dyn}	Pression dynamique
s	Variable de Laplace
\bar{s}	Variable de Laplace normalisée

V	Vitesse vraie
X_j	Vecteurs d'état des modes aérodynamiques
η	Coordonnées généralisées
η_e	Coordonnées généralisées des modes élastiques
η_r	Coordonnées généralisées des modes rigides
η_c	Coordonnées généralisées des surfaces de commande
Φ	Matrice de forme ou modale
Φ_e	Coordonnées généralisées des modes élastiques
Φ_r	Coordonnées généralisées des modes rigides
Φ_c	Coordonnées généralisées des surfaces de commande
λ_i	Valeurs propres
ν	Rapport de vitesse équivalente
ρ	Densité atmosphérique vraie
ρ_0	Densité atmosphérique de référence
σ	Rapport de densité atmosphérique
ω	Pulsation naturelle
ω_0	Pulsation de référence
$[.]^P$	Notation relative à une quantité soumise au changement de variable de la méthode P - translation en fréquence de $\frac{1}{\omega_0}$

INTRODUCTION

L'aéroservoélasticité est une théorie multidisciplinaire combinant la théorie de l'aéroélasticité avec la théorie de servocommande. L'aéroélasticité étudie les interactions de type fluides-structures entre les forces aérodynamiques et la structure élastique de l'avion modélisé par des éléments finis. L'influence du système de commande sur la dynamique de l'avion rigide est étudiée dans la théorie de la servocommande. Il est important de mentionner que dans l'aéroélasticité, l'avion flexible est considéré comme un ensemble de points ayant un nombre élevé de degrés de liberté tandis que pour la servocommande, l'avion est considéré rigide, soit avec 6 degrés de liberté.

L'aéroservoélasticité n'est pas étudié pour les avions classiques mécaniques, mais elle est étudié uniquement pour les avions à commande électrique (en anglais : Fly-by-Wire) où il existe le besoin d'intégrer toutes les disciplines liées à la conception de ces avions sur l'ordinateur. Ce domaine est étudié dans la conception des avions militaires ainsi que des avions civils les plus modernes tels que le Airbus 380 et le Boeing 777. L'étude des interactions aéroservoélastiques fait maintenant partie intégrante de la conception des avions modernes.

Dans le but d'étudier l'aéroservoélasticité, il faudra intégrer les deux types d'aérodynamique considérés dans les deux disciplines. Un des aspects principaux de cette interaction est la conversion des forces aérodynamiques du domaine de fréquence dans le domaine de Laplace. Cette conversion est réalisée par plusieurs méthodes d'approximation classique : la méthode des moindres carrés *LS* (en anglais : Least Squares) et la méthode d'état minimum *MS* (en anglais : Minimum State). Ces méthodes ainsi que certaines dérivés de ces méthodes ont été implantées dans les centres de recherche les plus connus en aéronautique aux États-Unis dans des logiciels spécialisés

en aéroserveélasticité. Ces logiciels sont ISAC, ADAM, FAMUSS, STARS, ZAERO et ASTROS et ont leurs propres avantages et inconvénients.

Les études structurelles et aérodynamiques des avions F/A-18 et CL-604 ont été réalisées dans les laboratoires de la NASA Dryden Flight Research Center à l'aide du logiciel STARS et chez Bombardier Aerospace à l'aide du logiciel NASTRAN.

Les structures des avions F/A-18 et CL-604 ont été modélisées par des théories d'éléments finis. Les structures de ces avions ont été modélisées par des poutres et les équations de mouvement de ces avions ont été dérivées en fonction des déplacements de chaque point des structures de ces avions. Ainsi, la masse, l'amortissement et la rigidité de l'avion ont été calculés dans chaque point des structures de ces avions. Les modes de vibrations et leurs fréquences spécifiques pour les composantes de ces avions ont été déterminés par les logiciels d'analyse des modèles d'éléments finis (STARS et NASTRAN).

Les forces aérodynamiques ont été calculées par la méthode des doublets (Doublet Lattice Method *DLM*) en régime subsonique et par la méthode des pressions constantes (Constant Pressure Method *CPM*) sur les avions F/A-18 et CL-604 pour plusieurs fréquences réduites et plusieurs nombres de Mach. Pour appliquer une des méthodes *DLM* ou *CPM*, les surfaces ont été divisées en panneaux trapézoïdaux parallèles aux vitesses de l'air. Enfin, la distribution des pressions induites a été calculée, d'où les coefficients aérodynamiques d'influence et les forces aérodynamiques ont été calculés. Suite aux calculs des forces aérodynamiques, ensuite nous calculons les vitesses et fréquences de battement pour lesquelles les avions F/A-18 et CL-604 deviennent instables.

Dans ce mémoire, nous avons étudié un aspect important de l'aéroserveélasticité, celui des méthodes de conversion des forces aérodynamiques du domaine de fréquence dans

le domaine de Laplace. La méthode la plus connue et utilisée dans ce domaine est la méthode des moindres carrés (en anglais : Least Squares *LS*) et c'est cette méthode qui a été utilisée dans la présente étude.

Nous avons comparé les résultats obtenus par les méthodes d'approximation *LS* avec les données initiales dans le domaine fréquentiel (en utilisant STARS ou NASTRAN). La première série de résultats est représentée sous la forme des approximations des forces aérodynamiques du domaine fréquentiel au domaine de Laplace. La deuxième série est représentée par les vitesses et fréquences de battement pour lesquelles l'avion devient instable.

Durant l'étude, les paramètres de la méthode *LS* ont été analysés afin de comparer leur importance dans l'obtention des résultats escomptés.

La méthode *LS*, qui est l'une des méthodes les plus anciennes a souvent été remise en question au profit de nouveaux procédés qui ont été étudiés de façon théorique dans le cadre d'une recherche bibliographique.

CHAPITRE 1

REVUE DE LA LITTÉRATURE

Parmi les premières études d'aéroservoélasticité dans le domaine temporel, l'utilisation des lois de commande multi-entrées et multi-sorties (*MIMO*) ont été initialisées pour la première fois par Edwards [1] avec la méthode des moindres carrés *LS*. Roger [2] a continué à travailler sur l'approche d'Edwards et a démontré la suppression active du battement durant des tests en vol.

Plus tard, Karpel [3, 10] a proposé une approche complètement différente pour résoudre ce type d'approximation. Son but était de trouver un système linéaire invariant dans le domaine du temps. Il a donc décidé d'intégrer cette information directement dans l'équation représentant les valeurs des forces aérodynamiques non-stationnaires en ajoutant un terme similaire à une fonction de transfert d'un système linéaire.

Karpel a écrit l'approximation sous la forme d'état minimum (en anglais : Minimum State *MS*) puisqu'il avait trouvé un système linéaire de dimensions raisonnables. L'avantage de cette méthode par rapport à la méthode de Roger est qu'elle fournit une excellente approximation avec un nombre très réduit d'états augmentés.

Ensuite, Buttrill et al. [4] ainsi que Mukhopadhyay [5] ont utilisé l'approximation de Roger pour démontrer des résultats dans le domaine du temps pour une aile flexible.

Les méthodes *LS* et *MS* ont été améliorées. Une telle amélioration a été réalisée par l'imposition de différentes conditions (restrictions) à ces approximations pour leur permettre de passer par deux points. Le premier point a été choisi afin de représenter la fréquence de battement et le deuxième point étant pour représenter la fréquence de

rafale. Les méthodes améliorées ont été appelées la méthode *ELS* (Extended Least-Squares) [7, 8] et la méthode *EMMP* (Extended Modified Matrix-Padé) [9].

Toutes les méthodes brièvement décrites précédemment permettent d'évaluer les forces aérodynamiques non-stationnaires pour un seul nombre de Mach. Donc, en utilisant ces méthodes, si nous désirons effectuer les approximations pour une multitude de nombre de Mach, il faut refaire toute la démarche d'approximation ce qui peut être assez coûteux en terme de temps de calcul. La connaissance d'une approximation valide pour une plage de nombres de Mach peut s'avérer très utile pour les avions militaires à commande électrique pour lesquels le nombre de Mach varie rapidement durant les manœuvres effectuées à haute vitesse.

En utilisant la méthode *MS* et en considérant une dépendance régulière par rapport au nombre de Mach, Poirion [11,12] a construit une approximation qui permet de calculer les forces aérodynamiques non-stationnaires pour des nombres de Mach compris dans un intervalle et pour une plage de fréquences donnée. Il a utilisé plusieurs approximations *MS*, obtenues pour plusieurs nombres de Mach fixes et une interpolation du type « spline » pour la dépendance en nombre de Mach. Il obtient ainsi une formule qui permet de calculer les forces aérodynamiques pour tout couple (k, M) où k est une fréquence réduite et M est le de nombre de Mach, la formule d'approximation étant valide pour une gamme de nombres de Mach et des fréquences réduites.

Botez et Bigras [13] ont comparé les résultats obtenus par les méthodes d'approximation *LS*, *MP* et *MS* et ils ont démontré que la méthode *MS* donnait de meilleurs résultats par rapport aux résultats obtenus par les méthodes *LS* et *MP*. Les erreurs obtenues pour les 3 types d'approximations *LS*, *MP*, *MS* ont des valeurs proches mais l'approximation *MS* utilisait 20 variables d'état pendant que les approximations *MP* et *LS* utilisaient 120 variables d'état. Cependant, il existe un problème avec l'approche *MS* : le système était mal conditionné quand le nombre des termes de retard de l'approximation était plus

grand que le nombre des fréquences réduites. Ensuite, pour résoudre ce problème, ils ont choisi, à chaque itération, un compromis optimal entre les résultats obtenus à l'itération présente et la dernière itération.

Les méthodes d'approximation doivent remplir deux critères qui s'opposent : une très bonne (fidèle) approximation (qui s'obtient en augmentant le nombre de retards) et un système linéaire invariant dans le temps de dimension petite (un nombre de retards le plus petit possible). Il n'existe pas à l'heure actuelle une méthode qui permet de satisfaire les deux critères. Cotoi et Botez [14] ont proposé une nouvelle approche qui est basée sur une approximation de Padé très précise où le troisième terme de la formulation *MS* est remplacé par une fonction de transfert d'un système linéaire, et cette fonction sera réduite par plusieurs méthodes. Dans cet article, les méthodes de réduction en Matlab suivantes : la méthode de la réalisation minimale, la méthode de Schur et la méthode de *BST-REM* (Balance Stochastic Truncation – Relative Error Method) ont été utilisées. Une comparaison entre les résultats obtenus par cette nouvelle approche et la méthode de *MS* a été présentée. L'erreur de cette nouvelle approche est 12-40 fois plus petite que l'erreur de la méthode d'approximation *MS* pour le même nombre d'états augmentés et elle était dépendante du choix fait pour la méthode de réduction du modèle.

Luus a conçu la méthode de Luus-Jakola *LJ* [15] pour la réduction du système. Cette approche utilise la procédure dynamique itérative connue sous le nom de procédure d'optimisation de Luus-Jakola (*LJ*). La formule d'approximation choisie influence fortement l'ordre du modèle d'espace d'état. La dimension du modèle influencera aussi l'efficacité des analyses ultérieures, il est donc nécessaire d'obtenir le modèle le plus petit possible sans dégrader l'exactitude de l'approximation. Botez et al [16] ont présenté les résultats obtenus par l'approche de Luus sur le modèle de l'ATM (Aircraft Test Model). Cette procédure *LJ* demande un effort de calcul plus petit que pour la réduction de l'ordre du modèle, et elle était moins prédisposée aux erreurs numériques.

Les techniques de réduction de la théorie du contrôle s'adressaient au système en entier et elles n'étaient pas très adéquates pour de grands systèmes.

Cotoi et al [17] ont utilisé des polynômes de Chebyshev dans ces méthodes d'approximation des forces aérodynamiques. Cette méthode d'approximation a fourni d'excellents résultats par rapport aux résultats obtenus en utilisant les polynômes de Padé.

Suite au fait que cette méthode soit appliquée sur les forces aérodynamiques agissant sur l'ATM (Aircraft Test Model) et que ces forces contiennent de grandes variations entre les valeurs des éléments contenus dans ces forces (de l'ordre 10^{10}), les contraintes relatives à l'erreur d'approximation doivent être imposées. Pour de petits éléments, une erreur de 10^{-4} et pour de grands éléments, une erreur de 10^{-2} ont été imposées. Sans ces contraintes, les polynômes de Chebyshev ne peuvent être générés.

Dans un autre article, Hiliuta et Botez [18] ont constaté que le fonctionnement de la méthode LS dépend beaucoup de la sélection de la marge des fréquences choisie – dans ce cas – pour l'avion F/A-18 (System Research Aircraft). En raison du fait que la méthode LS ne fonctionnait pas efficacement pour la marge des fréquences auxquelles les forces aérodynamiques étaient calculées, les auteurs ont décidé d'appliquer quatre méthodes d'interpolation existantes en Matlab : 'nearest' (Nearest neighbor interpolation), 'linear' (Linear interpolation), 'spline' (Cubic spline interpolation) et 'pchip' (Piecewise cubic Hermite interpolation). Ils ont trouvé que chaque méthode aurait des avantages et des désavantages. Parmi les quatre méthodes en Matlab, les auteurs ont choisi, à cause de la continuité des données et de leurs dérivées continues, la méthode 'pchip'.

Dans le même article, deux types d'algorithmes utilisant la théorie aléatoire (fuzzy) ont été explorés. Le premier algorithme a utilisé la génération d'une structure ANFIS à

partir d'un ensemble de données, en utilisant la partition des données quand les données étaient divisées dans des partitions distribuées uniformément. Étant donnée la non-uniformité de la marge des fréquences, cette méthode n'était pas applicable. Le deuxième algorithme a utilisé la génération de *FIS* en utilisant la méthode de 'fuzzy subtractive clustering'. Suite à une comparaison entre les résultats obtenus avec ces deux algorithmes, les auteurs ont trouvé que le deuxième algorithme donnait de meilleurs résultats que le premier. Les premières 10 dérivées des fonctions des forces aérodynamiques non-stationnaires étaient continues, ce qui a démontré l'avantage de l'utilisation des fonctions de la théorie de fuzzy.

Finalement, les auteurs ont trouvé que la meilleure méthode consistait en la meilleure combinaison des techniques 'pchip' avec 'fuzzy clustering technique' pour l'approximation des forces aérodynamiques non-stationnaires calculées pour une série de 10 fréquences réduites espacées non-uniformément ($k = 0.9\text{e-}4; 0.001; 0.01; 0.02; 0.1; 0.2; 1; 1.5; 2$ et 4) où la méthode *LS* ne fonctionne pas bien. Dans le cas où la marge des fréquences était choisie uniformément, pour 20 fréquences réduites espacées uniformément ($k = 9.09 \text{ e-}5; 0.001; 0.01; 0.02; 0.1; 0.2; 0.30; 0.4; 0.5; 0.59; 0.63; 0.67; 0.71; 0.77; 0.83; 0.91; 1; 1.5; 2$ et 4) de bons résultats ont été obtenus par la méthode *LS*, et dans ce cas-ci, ils n'ont pas eu le besoin d'utiliser les techniques fuzzy.

Dans ce mémoire, nous avons présenté les résultats obtenus par la méthode classique des moindres carrés *LS*. Dans cette méthode classique, dans le but d'obtenir les meilleurs approximations des forces aérodynamiques du domaine de fréquence $Q(k, M)$ au domaine de Laplace, il est nécessaire d'augmenter le nombre de termes de retard (b_i). Dans le cadre de ce document, la comparaison sera effectuée entre les résultats obtenus en utilisant la méthode *LS* avec les données initiales dans le domaine fréquentiel en utilisant plusieurs termes de retard (de 1 à 14) et pour des marges différentes de fréquences réduites.

CHAPITRE 2

MÉTHODES D'ANALYSES AÉROÉLASTIQUES

2.1 Méthode d'analyse aéroélastique Pk

2.1.1 Présentation générale de la méthode Pk

Les équations d'interactions des forces aérodynamiques sur la structure flexible (élastique) de l'avion sont écrites en fonction du vecteur des déplacements des nœuds de la structure de l'avion q comme suite :

$$M_e \ddot{q} + D_e \dot{q} + K_e q + q_{dyn} A_e(k, Mach) q = P_e(t) \quad (2.1)$$

où M_e est la matrice d'inertie, D_e est la matrice d'amortissement, K_e est la matrice de rigidité et $A_e(k, Mach)$ est la matrice des coefficients aérodynamiques pour un nombre de $Mach$ donné et un ensemble des fréquences réduites k . Enfin, q_{dyn} représente la pression dynamique. La matrice $P_e(t)$ peut représenter une entrée de la part du pilote sur une surface de commande ou une perturbation externe telle qu'une rafale ou une turbulence.

La méthode des doublets (Doublet Lattice Method DLM) a été utilisée pour le calcul des forces aérodynamiques sur un avion volant en régime subsonique. Cette méthode est implantée et utilisée dans des logiciels d'analyse aéroélastique tels que STARS [19] et NASTRAN [20]. Dans la théorie de la *DLM*, les ailes, les empennages horizontaux et verticaux sont modélisés par des surfaces portantes parallèles à l'écoulement, et divisées en panneaux. Les pressions agissant à 25% de la corde de chaque panneau sont ensuite calculées et les forces aérodynamiques sont générées par l'intégration de ces pressions sur les surfaces portantes. Les forces aérodynamiques sont calculées en régime

supersonique par les méthodes des pressions constantes (Constant Pressure Method *CPM*) en utilisant les mêmes types de logiciels.

Dans le but d'écrire les équations de mouvement de l'avion sous l'influence des forces aérodynamiques en fonction des coordonnées généralisées, on applique la transformation suivante à l'équation (2.1) :

$$q = \Phi \eta \quad (2.2)$$

Où η sont les coordonnées généralisées et Φ est la matrice modale. Les deux côtés de l'équation (2.1) sont multipliés à gauche par Φ^T , l'équation suivante est obtenue :

$$M\ddot{\eta} + D\dot{\eta} + K\eta + q_{dyn}Q(k, Mach)\eta = P(t) \quad (2.3)$$

$$\text{Où} \quad M = \Phi^T M_e \Phi$$

$$D = \Phi^T D_e \Phi$$

$$K = \Phi^T K_e \Phi$$

$$Q(k, Mach) = \Phi^T A_e(k, Mach)\Phi \quad (2.4)$$

$$\eta = [\eta_r \quad \eta_e \quad \eta_c]^T \quad \text{et} \quad \Phi = [\Phi_r \quad \Phi_e \quad \Phi_c]$$

Les indices r , e et c dans les expressions des coordonnées généralisées η et de la matrice modale Φ se réfèrent aux modes rigides (r) de la structure de l'avion (3 rotations et 3 translations), élastiques (e) de la structure de l'avion (torsion et flexion) et de commande

(c) des surfaces de commande tels que les ailerons, la gouverne de direction et les gouvernes de profondeur.

L'équation (2.3) peut avoir deux types de solutions : linéaires et non-linéaires. Dans le cas où les forces aérodynamiques seraient quasi-stationnaires (calculées pour un nombre de *Mach* et plusieurs fréquences réduites k), la solution de l'équation (2.3) est linéaire et dépendante des paramètres suivants: la pression dynamique q_{dyn} et le nombre de *Mach*.

Dans le cas où les forces aérodynamiques seraient non stationnaires, et en fonction de la fréquence réduite k et du nombre de *Mach*, l'équation (2.3) devient une équation non linéaire de deuxième degré par rapport à la vitesse vraie V . Le mode de résolution de ces types d'équation est classique et a déjà été décrit [21]. Une description très brève de ces modes de résolution de ces équations est présentée.

2.1.2 Solution de l'équation aéroélastique par la méthode Pk

L'équation de mouvement aéroélastique (2.3) de l'avion peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{\eta} \\ \ddot{\eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}(K + q_{dyn}Q) & -M^{-1}D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \eta \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

On obtient $2n$ valeurs propres conjuguées λ_i de la matrice A et sont écrites sous la forme suivante :

$$\lambda_i = d_i \pm j\omega_i \quad 1 \leq i \leq n \quad (2.6)$$

Le phénomène de battement apparaît sur un avion lorsque la partie réelle d_i d'une valeur propre du système λ_i devient positive pour une certaine vitesse que l'on nomme la

vitesse de battement. Chaque valeur propre représente un type de mouvement de l'avion que l'on nomme mécanisme.

Il faut d'abord calculer les valeurs propres (donc des amortissements d_i et des fréquences ω_i) en fonction de la vitesse de battement lorsque le nombre de *Mach* est gardé fixe. De cette manière, on obtient les vitesses de battement de l'avion où l'amortissement devient positif (l'avion devient instable) pour un mécanisme en particulier.

Pour solutionner et effectuer l'analyse d'un tel système, plusieurs algorithmes sont disponibles. Celui qui a été choisi pour les fins de l'étude est la méthode *Pk* qui consiste à itérer par rapport à la fréquence réduite pour chaque mécanisme et ce, pour chaque vitesse de l'étude. Ainsi, nous obtenons les courbes d'amortissement et de fréquence du système qui sont calculées à partir des valeurs propres calculées avec la méthode *Pk*.

Puisque la matrice Q est déjà facteur du vecteur de coordonnées généralisées η on doit diviser Q_I par ω , de telle sorte que Q_I peut être exprimée en facteur de la dérivée du vecteur de coordonnées généralisées $\dot{\eta}$. Donc, l'équation aéroélastique (2.3) devient:

$$M\ddot{\eta} + \left(D + \frac{1}{\omega} q_{dyn} Q_I \right) \dot{\eta} + \left(K + q_{dyn} Q_R \right) \eta = 0 \quad (2.7)$$

On remplace ω et q_{dyn} en fonction de la corde c , la vitesse vraie V et la densité de l'air ρ dans l'équation (2.7), et on obtient l'équation suivante :

$$M\ddot{\eta} + \left(D + \frac{1}{4 \cdot k} \rho_0 \cdot c \cdot \sqrt{\sigma} \cdot V_E \cdot Q_I \right) \dot{\eta} + \left(K + \frac{1}{2} \rho_0 \cdot V_E^2 \cdot Q_R \right) \eta = 0 \quad (2.8)$$

Dans le but de normaliser les vitesses, un changement de variables sera introduit pour calculer la vitesse de référence V_0 à travers la fréquence de référence ω_0 comme suit:

$$\omega_0 = V_0 / c \quad (2.9)$$

On va définir η^p comme étant le nouveau vecteur de coordonnées généralisées correspondant à la méthode Pk . Le changement de variables dans le vecteur des coordonnées généralisées correspond à une normalisation fréquentielle, d'où l'ancien vecteur de coordonnées généralisées η est associé à la fréquence ω , alors que le nouveau vecteur de coordonnées généralisées η^p est associé à une nouvelle fréquence normalisée ω^p ainsi définie.

$$n^p(\omega^p) = \eta(\omega) \quad (2.10)$$

Où

$$\omega^p = \frac{\omega}{\omega_0}$$

D'où :

$$\dot{\eta} = \omega_0 \dot{\eta}^p \quad \text{et} \quad \ddot{\eta} = \omega_0^2 \ddot{\eta}^p \quad (2.11)$$

2.2 Méthode d'approximation des forces aérodynamiques

2.2.1 Présentation de la méthode classique des moindres carrés LS

L'équation (2.3) écrite dans le domaine fréquentiel, par l'intermédiaire de la transformée de Laplace, peut être convertie dans le domaine de Laplace, comme suit :

$$\left[Ms^2 + Ds + K + q_{dyn}Q(s) \right] \eta(s) = 0 \quad (2.12)$$

Où s est la variable de Laplace. Les matrices structurales M , D et K restent inchangées car elles représentent les matrices de la structure flexible de l'avion et la seule matrice à laquelle on applique cette transformation de Laplace est la matrice aérodynamique $Q(s)$. Plusieurs méthodes sont connues pour ces types de transformations et ont été mentionnées dans le premier chapitre sur la recherche bibliographique. Dans cette section, la méthode classique des moindres carrés (Least Squares LS) dans lesquelles la matrice $Q(s)$ peut être représentée par des rapports des polynômes de *Padé* en s sera présentée.

2.2.2 Solution de l'équation du système aéroélastique par LS

Les forces aérodynamiques $Q(k, M)$ agissant sur un avion sont calculées par la méthode des doublets *DLM* à l'aide du logiciel STARS. Cette procédure fournit un ensemble de matrices 2D étant fonction de la fréquence réduite et du nombre de Mach pour chaque interaction entre les modes.

$$Q(\vec{j}k) = Q_R + \vec{j}Q_I \quad (2.13)$$

Les polynômes de *Padé* sont utilisés pour la conversion de ces forces du domaine de fréquence au domaine de Laplace :

$$\hat{Q}(s) = \hat{Q}(\vec{j}k) = \hat{Q}_R + \vec{j}\hat{Q}_I = A_0 + A_1\vec{j}k - A_2k^2 + \sum_n A_{(n+2)} \frac{\vec{j}k}{\vec{j}k + b_n} \quad (2.14)$$

Dans l'équation (2.14), les termes A_i sont des coefficients calculés par l'algorithme des moindres carrés *LS* et nous démontrerons dans cette section la manière de calculer ces coefficients. b_i sont les termes de retard aérodynamique qui seront optimisés.

On peut écrire le terme incluant les termes de retard dans l'équation (2.14) en séparant la partie réelle de la partie imaginaire de la façon suivante :

$$\frac{1}{\bar{j}k + b_n} = \frac{b_n - \bar{j}k}{b_n^2 + k^2} \quad (2.15)$$

En remplaçant l'équation (2.15) dans l'équation (2.14), nous obtenons les expressions des parties réelles et imaginaires des forces aérodynamiques dans le domaine de Laplace:

$$\hat{Q}_R(\bar{j}k) = A_0 - A_2 k^2 + \sum_n A_{(n+2)} \frac{k^2}{k^2 + b_n^2} \quad \text{et} \quad \hat{Q}_I(\bar{j}k) = A_1 k + \sum_n A_{(n+2)} \frac{b_n k}{k^2 + b_n^2} \quad (2.16)$$

Les erreurs réelles $J_{R,l}$ et imaginaires $J_{I,l}$ sont ensuite calculées pour chaque fréquence réduite et chaque élément Q_{ij} de la matrice $Q(k_l)$:

$$J_{R,l} = Q_{R,l} - \hat{Q}_{R,l} = Q_{R,l} - [B_{R,l}]\{A\} \quad \text{et} \quad J_{I,l} = Q_{I,l} - \hat{Q}_{I,l} = Q_{I,l} - [B_{I,l}]\{A\} \quad (2.17)$$

Où les matrices $B_{R,l}$, $B_{I,l}$ et A sont exprimées par les deux ensembles d'équations suivantes :

$$B_{R,l} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -k_l^2 & \frac{k_l^2}{k_l^2 + b_1^2} & \frac{k_l^2}{k_l^2 + b_2^2} & \dots \end{bmatrix}, \quad B_{I,l} = \begin{bmatrix} 0 & k_l & 0 & \frac{k_l b_1}{k_l^2 + b_1^2} & \frac{k_l b_2}{k_l^2 + b_2^2} & \dots \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

$$\text{Et } \{A\} = \begin{bmatrix} A_0 & A_1 & A_2 & \dots & \dots & A_{(n+2)} \end{bmatrix}^T. \quad (2.19)$$

La fonction de l'erreur complexe est ensuite définie par :

$$J_l = W_{ijl}(J_{R,l} + \bar{j}J_{I,l}) \quad (2.20)$$

et sa complexe conjuguée

$$\bar{J}_l = W_{ijl}(J_{R,l} - \bar{j}J_{I,l}), \quad (2.21)$$

Où W_{ijl} est la matrice de pondération choisie de la manière suivante :

$$W_{ijl} = \frac{1}{\max(1, |Q_{ij}(\vec{j}k_l)|)} \quad (2.22)$$

On va ensuite minimiser l'erreur quadratique J_l :

$$J_l^2 = \sum_i \sum_j \sum_l W_{ijl}^2 |Q_{ij}(\vec{j}k_l) - \hat{Q}_{ij}(\vec{j}k_l)|^2 \quad (2.23)$$

Pour l'ensemble des fréquences réduites k_l pour lesquelles les éléments de la matrice $Q(k_l)$ sont calculés.

Finalement, la solution du problème de minimisation peut être représentée par l'équation suivante :

$$\{A\} = \begin{bmatrix} A_{0ij} \\ A_{1ij} \\ \vdots \end{bmatrix} = \left\{ \sum_l W_{ijl}^2 (B_{Rl}^T B_{Rl} + B_{Il}^T B_{Il}) \right\}^{-1} \left\{ \sum_l W_{ijl}^2 (B_{Rl}^T Q_{Rijl} + B_{Il}^T Q_{Iijl}) \right\} \quad (2.24)$$

$$\text{Où} \quad Q_{Rijl} = \text{Re}\{Q_{ij}(\vec{j}k_l)\} \quad \text{et} \quad Q_{Iijl} = \text{Im}\{Q_{ij}(\vec{j}k_l)\}.$$

Cette solution dépend de l'optimisation des termes de retard aérodynamiques b_i qui seront remplacés dans la fonction objective donnée par l'équation (2.23). Cette fonction objectif qui est non linéaire sera minimisée par des techniques de programmation non linéaire.

2.3 Introduction des forces aérodynamiques approximées par LS dans Pk

L'introduction des forces aérodynamiques calculées par la méthode LS dans la dynamique aéroélastique de l'avion donné par la méthode Pk est démontrée dans ce chapitre. $Q(k)$ de l'équation (2.14) est remplacé dans l'équation (2.3) de la dynamique aéroélastique :

$$M\ddot{\eta} + D\dot{\eta} + K\eta + q_{dyn} \left[A_0 + \bar{j}k A_1 + (\bar{j}k)^2 A_2 + \sum_{i=1}^{i=n_\beta} \frac{\bar{j}k}{\bar{j}k + b_i} A_{2+i} \right] \eta = 0 \quad (2.25)$$

où $s = j\omega$ $k = \frac{\omega b}{V}$

Ainsi,
$$\bar{j}k = \frac{b}{V} s = \frac{c}{2V} s. \quad (2.26)$$

L'équation (2.26) est remplacée dans l'équation (2.25) pour obtenir :

$$M\ddot{\eta} + D\dot{\eta} + K\eta + q_{dyn} \left[A_0 + \frac{c}{2V} s A_1 + \left(\frac{c}{2V} s \right)^2 A_2 + \sum_{i=1}^{i=n_\beta} \frac{s}{s + \frac{c}{2V} b_i} A_{2+i} \right] \eta = 0 \quad (2.27)$$

Le vecteur d'état des modes aérodynamiques X_i est introduit :

$$X_i = \frac{s}{s + \frac{c}{2V} b_i} \eta \quad (2.28)$$

À partir de l'équation (2.28) nous obtenons :

$$\dot{X}_i + \frac{2V}{c} b_i X_i = \dot{\eta} \quad (2.29)$$

L'équation (2.29) est introduite dans l'équation (2.27) :

$$\left[M + q_{dyn} \left(\frac{c}{2V} \right)^2 A_2 \right] \ddot{\eta} + \left[D + q_{dyn} \frac{c}{2V} A_1 \right] \dot{\eta} + \left[K + q_{dyn} A_0 \right] \eta + q_{dyn} \left[\sum_{i=1}^{i=n_\beta} A_{2+i} X_i \right] = 0 \quad (2.30)$$

en tenant compte que $c = 2 b$.

L'équation (2.30) peut s'écrire aussi sous la forme suivante :

$$\tilde{M}\ddot{\eta} + \tilde{D}\dot{\eta} + \tilde{K}\eta + q_{dyn} \left[\sum_{i=1}^{i=n_\beta} A_{2+i} X_i \right] = 0 \quad (2.31)$$

$$\text{où } \tilde{M} = M + q_{dyn} \left(\frac{c}{2V} \right)^2 A_2, \quad \tilde{D} = D + q_{dyn} \frac{c}{2V} A_1 \quad \text{et} \quad \tilde{K} = K + q_{dyn} A_0 \quad (2.32)$$

Finalement, l'équation de la dynamique d'un avion flexible peut être écrite sous la forme matricielle suivante (où le nombre de Mach est gardé fixe) :

$$\begin{bmatrix} I & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \tilde{M} & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & I & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\eta} \\ \ddot{\eta} \\ \dot{X}_1 \\ \vdots \\ \dot{X}_{n_\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 & \cdots & 0 \\ -\tilde{K} & -\tilde{D} & -q_{dyn} A_3 & \cdots & -q_{dyn} A_{2+n_\beta} \\ 0 & I & -\frac{2V}{c} b_1 I & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & -\frac{2V}{c} b_{n_\beta} I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta \\ \dot{\eta} \\ X_1 \\ \vdots \\ X_{n_\beta} \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

D'où:

$$\begin{bmatrix} \dot{\eta} \\ \ddot{\eta} \\ \dot{X}_1 \\ \vdots \\ \dot{X}_{n_\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 & \cdots & 0 \\ -\tilde{M}^{-1} \tilde{K} & -\tilde{M}^{-1} \tilde{D} & -q_{dyn} \tilde{M}^{-1} A_3 & \cdots & -q_{dyn} \tilde{M}^{-1} A_{2+n_\beta} \\ 0 & I & -\frac{2V}{c} b_1 I & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & -\frac{2V}{c} b_{n_\beta} I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta \\ \dot{\eta} \\ X_1 \\ \vdots \\ X_{n_\beta} \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

et peut s'écrire sous la forme suivante:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} \quad (2.35)$$

Nous allons premièrement calculer les valeurs propres de la matrice A, pour ensuite obtenir les vitesses et fréquences de battement en utilisant le logiciel Matlab.

2.4 Algorithmes développés pour les analyses

Pour mener à bien ce projet, un ensemble de programmes d'analyse a été développé sous le logiciel MatLab. En fait, la majeure partie du projet a été de développer ces programmes de façon optimale afin de permettre une réutilisation efficace de ceux-ci dans le cadre d'études ultérieures.

2.4.1 Méthode Pk

Ainsi, la première partie a été de développer la méthode classique d'analyse Pk. Celle-ci étant déjà utilisée dans l'industrie, il a été assez facile de trouver la documentation pour créer les programmes.

L'algorithme, basé sur les équations présentées plus haut dans le chapitre, effectue le calcul des valeurs propres résultants du système d'équation 2.5 pour itérer sur la valeur de la fréquence réduite k jusqu'à la convergence des modes.

Pour des raisons des confidentialités, le code source des programmes n'est pas disponible dans ce document. Afin de faciliter la compréhension, voici un algorithme réduit illustrant l'idée fondamentale de ce programme.

```

Fixer Mach
Initialiser  $k_{iteration}$ 

Faire pour chaque vitesse de l'analyse
  Faire pour chaque mode du système
    Faire tant que le vecteur des valeurs propres n'est pas complet
      -  $Q = \text{interpolerQ}(k_{iteration}, Mach)$ 
      -  $A = \text{B\^atir le syst\^eme d'\^equation (Equation 2.5)}$ 
      -  $EV = \text{Solutionner le syst\^eme}$ 
      - Calculer la fr\^equance \^a partir de la valeur propre  $EV(\text{mode})$ 
      - Calculer la fr\^equance r\^eduite \^a partir de la fr\^equance
      - Conserver dans le vecteur des valeurs propres ceux qui respectent la tol\^erance  $(k_{iteration} - k_{Calcul\^e})$ 
      -  $k_{iteration} = k_{Calcul\^e}$ 
    Fin
  Fin
Fin

```

Dans cet algorithme, l'une des difficult\^es est d'identifier, \^a partir du vecteur des valeurs propres, la valeur correspondante au mode que l'on souhaite identifier dans la boucle puisque lorsque l'on r\^esout un syst\^eme d'\^equation tel que l'\^equation (2.5), les r\^esultats obtenus ne sont pas n\^ecessairement pr\^esent\^es dans l'ordre que l'on souhaite obtenir. Ainsi, nous pouvons nous retrouver avec des r\^esultats tels que ceux pr\^esent\^es \^a la Figure 1 o\^u il y a entrecroisement des courbes de l'amortissement en fonction de la vitesse \^equivalente, puisque le programme n'aura pas \^et\^e en mesure de bien associer les points sur leurs courbes correspondantes.

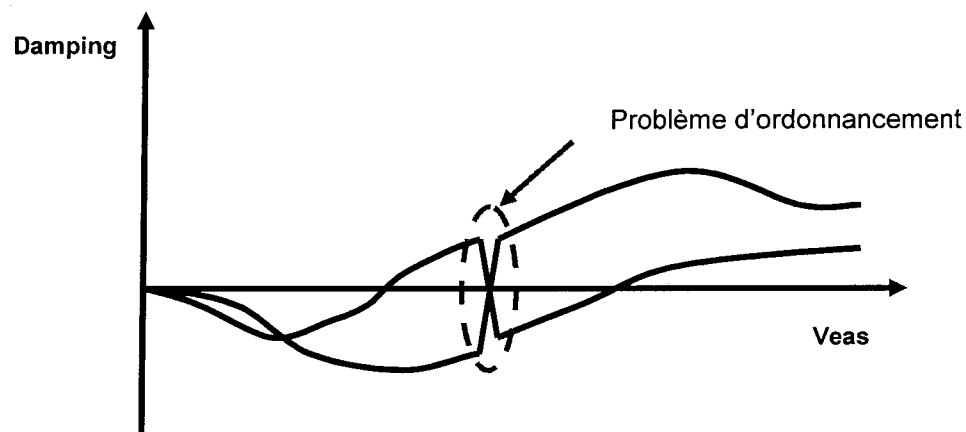


Figure 1 Illustration du ph\^enom\^ene d'entrecroisement des modes
Courbes des amortissements en fonction des vitesses

Lorsque l'étude comporte un nombre réduit de modes (~ 10), il est relativement simple de retracer les courbes correspondantes à ceux-ci pour connaître la nature des instabilités. Par contre, lorsque le modèle comporte un nombre élevé de modes (> 20), le problème devient tout autre puisqu'il devient difficile de trouver les vitesses et les fréquences de battement (nature des instabilités). La Figure 2 présente un exemple flagrant où l'entrecroisement des modes peut devenir un enjeu majeur dans l'analyse des résultats.

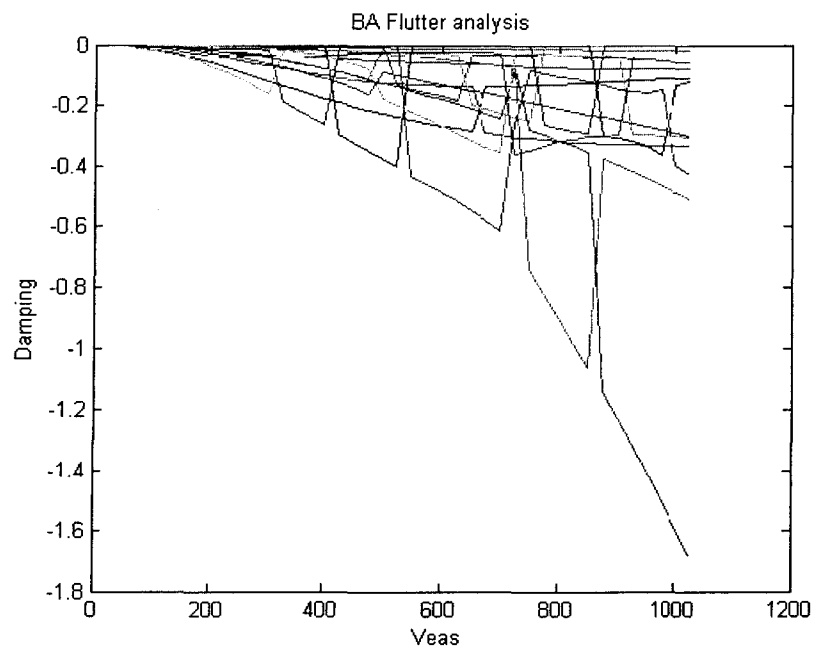


Figure 2 Exemple du problème d'entrecroisement des modes
Courbes des amortissements en fonction des vitesses

Puisque le système n'est pas en mesure d'associer efficacement les modes tout au long de la plage de vitesse, nous obtenons des courbes telles que présentées précédemment.

2.4.2 Solution d'ordonnancement des modes

Durant le développement des programmes, un outil a donc été construit afin d'améliorer la visualisation des modes et de cette manière à faciliter l'analyse des résultats. L'idée derrière l'algorithme a été de calculer l'erreur minimale entre la valeur précédente et la valeur courante des valeurs propres étant des nombres complexes (partie réelle et partie imaginaire).

Ainsi, en conservant la valeur précédente ainsi que le vecteur de direction de chaque mode, le programme peut associer les valeurs de façon à obtenir des résultats mieux ordonnancés.

En premier lieu, nous créons un vecteur de prédiction des valeurs propres basé sur la valeur précédente et le vecteur de direction pour ensuite calculer la différence entre chaque valeur du vecteur réel et du vecteur de prédiction. Les erreurs minimales donnent l'emplacement de chaque valeur propre.

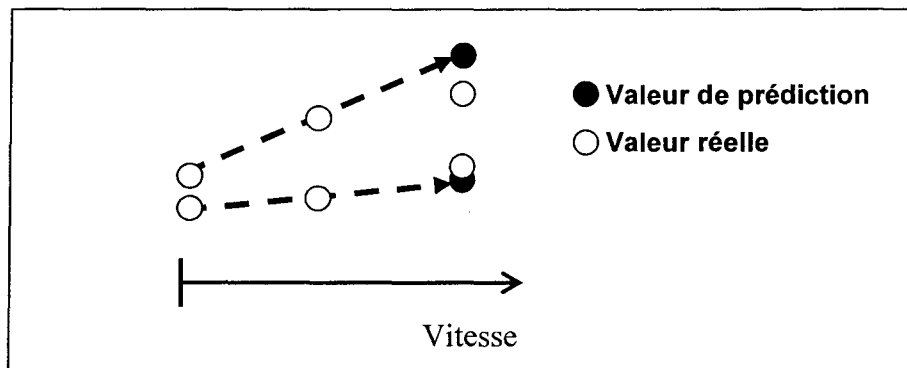


Figure 3 Illustration du principe de l'ordonnancement des valeurs propres

De cette manière, en utilisant ce procédé, l'exemple présenté à la Figure 2 devient beaucoup plus acceptable au niveau du comportement de chaque mode.

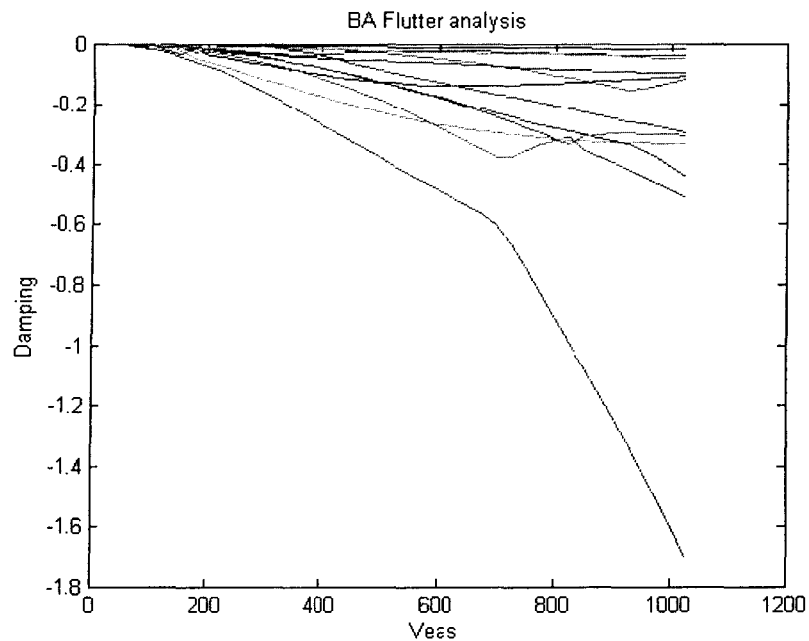


Figure 4 Illustration de la solution d'ordonnancement des modes
Courbes des amortissements en fonction des vitesses

Ainsi, cet outil deviendra très utile dans l'analyse des résultats du présent projet ainsi que dans plusieurs autres projets subséquents.

2.4.3 Intégration de la méthode de linéarisation LS dans la méthode Pk

Pour effectuer les analyses en utilisant l'approximation LS, certaines modifications ont été apportées au programme original *Pk*. Encore une fois, pour des raisons de confidentialité, le code source ne se trouve pas dans ce document.

Les modifications se situent au niveau du calcul de la matrice des forces aérodynamiques Q , qui au lieu d'être interpolées selon k et M (méthode *pk*), seront évaluées avec les termes d'approximations qui auront été générés préalablement (méthode LS).

CHAPITRE 3

DESCRIPTION DES MODÈLES D'AVIONS

Dans ce chapitre, nous allons décrire brièvement les avions F/A-18 et CL-604 ainsi que les résultats obtenus par les deux compagnies suite à une analyse structurale de ces avions. Ces résultats ont été obtenus sous la forme des modes de vibration et fréquences correspondantes.

3.1 Présentation générale du F /A-18

Les données structurales et aérodynamiques pour l'avion F/A-18 nous ont été fournies par les laboratoires de la NASA Dryden Flight Research Center. Cet avion est un avion militaire standard à deux places.

Ce modèle d'avion est présenté dans les 3 figures (Figures 5, 6 et 7) trouvées sur les pages Internet des laboratoires de la NASA DFRC. Ce modèle d'avion est connu chez NASA DFRC sous le nom de « Ship 845 ». Une modification lui a été apportée dans le but de lui intégrer les capteurs nécessaires pour le calcul des différents efforts aérodynamiques sur sa structure.

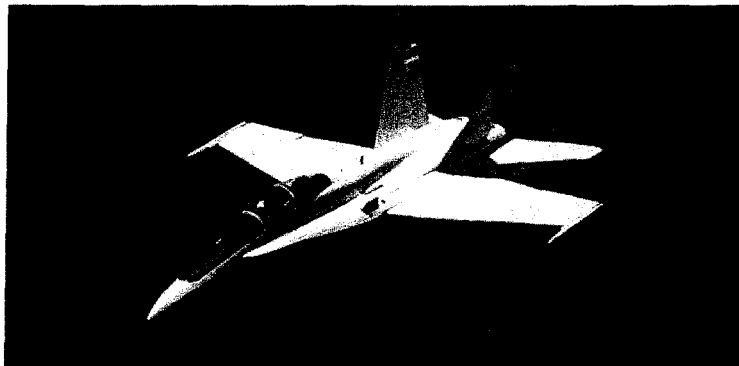


Figure 5 Photo du F/A-18 SRA (Systems Research Aircraft) de la NASA (Vue du haut)



Figure 6 Photo du F/A-18 SRA (Systems Research Aircraft) de la NASA
(Vue de côté)

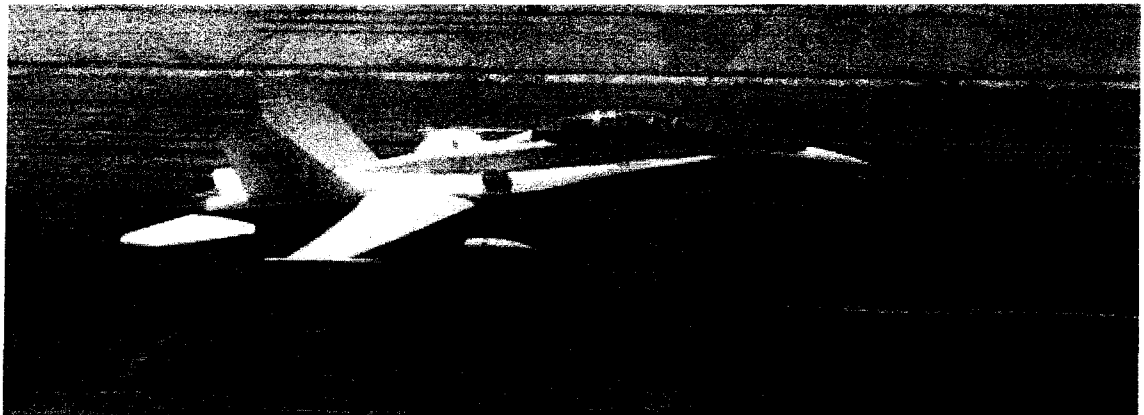


Figure 7 Photo du F/A-18 SRA (Systems Research Aircraft) de la NASA
(Atterrissage)

Des essais de battement pour l'avion F/A - 18 SRA ont été répétés suite à des modifications majeures de la structure de l'aile gauche. Ces modifications ont été réalisées dans le but d'intégrer des différents types d'actuateurs hydrauliques et électromécaniques sur l'aileron de l'aile gauche.

3.1.1 Modèle analytique du F/A-18

L'avion F/A-18 a été modélisé par les théories des éléments finis. Suite à cette modélisation en STARS, chez la NASA DFRC, la dynamique aéroélastique et les caractéristiques modales de cet avion ont été calculées. Dans l'absence des forces aérodynamiques, donc au sol, un total de 43 modes a été trouvés pour le F/A-18, soit :

- 5 modes rigides (2 symétriques et 3 anti-symétriques);
- 28 modes élastiques (14 symétriques et 14 anti-symétriques);
- 10 modes de commande (5 symétriques et 5 anti-symétriques).

Dans les conditions d'essais au sol, les surfaces de contrôle ne sont pas actives et les modes de commande ne sont pas inclus dans le modèle. Les noms des modes et de leurs fréquences naturelles associées sont présentés dans le tableau suivant :

Tableau I
Fréquences réduites k correspondantes aux modes de battement
du modèle structural pour l'avion F/A - 18 SRA

Mode	Symétrique (Hz)	Anti-symétrique (Hz)
1 ^{ère} flexion de l'aile WIB	5.59	8.84
1 ^{ère} flexion de fuselage FUS1B	9.30	8.15
1 ^{ère} flexion de l'empennage S1B	13.21	12.98
1 ^{ère} torsion de l'aile W1T	13.98	14.85
1 ^{ère} flexion de l'empennage vertical VT1B	16.83	15.61
2 ^{ème} flexion de l'aile W2B	16.95	16.79
Torsion vers l'extérieur de l'aile WOBT	17.22	-
2 ^{ème} flexion du fuselage FUS2B	19.81	18.62
Rotation des volets au bord de fuite TEFR	23.70	23.47
Torsion de fuselage FUST	-	24.19
Mode latéral LRL	-	24.35
Mode en avant et en arrière du stabilisateur SFA	28.31	28.58
2 ^{ème} torsion de l'aile W2T	29.88	29.93
Rotation des ailerons AROT	33.44	-
Torsion de fuselage en arrière AFT	-	37.80
Torsion de l'aileron ATOR	38.60	-
Tangage de l'aile WPIT	-	39.18
3 ^{ème} flexion de l'aile W3B	43.17	-

Nous pouvons voir dans la Figure 8 les positions des accéléromètres et des autres capteurs pendant les essais au sol de l'avion F/A-18.

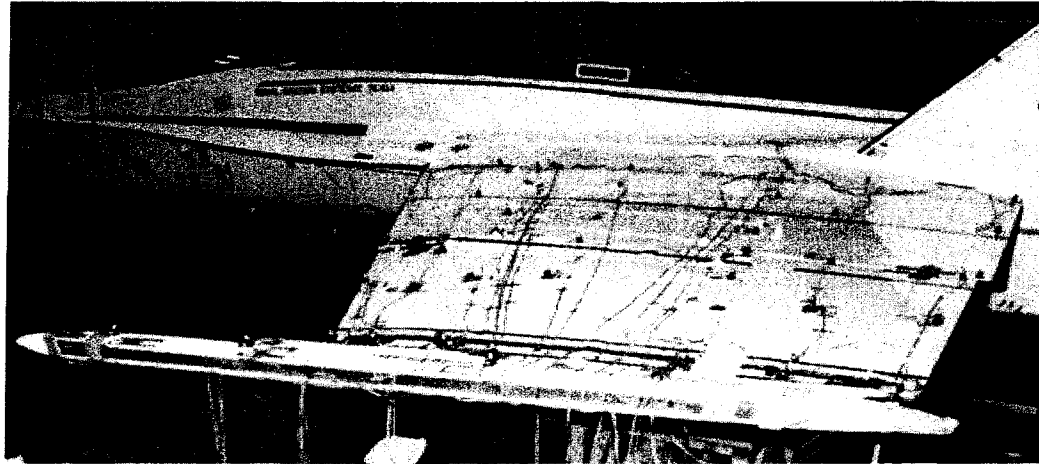


Figure 8 Photo des essais au sol sur l'avion F/A - 18

La méthode des doublets (en anglais : Doublet Lattice Method DLM) et la méthode des pressions constantes (CPM) sont utilisées en STARS pour calculer les forces aérodynamiques non stationnaires pour plusieurs nombres de Mach et fréquences réduites $k's$: en régime subsonique (la méthode DLM) et en régime supersonique (la méthode CPM).

3.2 Présentation générale du Challenger 604 (CL – 604)

Le CL-604 est un avion de type « jet corporatif », conçu et construit par Bombardier Aéronautique. Cet avion a donc une taille et une capacité de transport de moyenne envergure, pouvant accueillir à son bord un nombre de 9 à 19 passagers ainsi que 3 membres de l'équipage. Les caractéristiques de cet avion sont :

- La portée maximale est 7458 km à Mach = 0,74 et 6878 km à Mach = 0,80;
- La vitesse de croisière à haute vitesse : M = 0,82 (870 km/h);
- La vitesse de croisière à portée maximale : M = 0,74 (787 km/h);
- Longueur de 20,85 m, largeur de 19,61 mètres, surface des ailes de 45,71 m² et hauteur de 6,30 m;
- Altitude de vol maximale de 12497 mètres (41000 pieds);
- Altitude de croisière de 11278 mètres (37000 pieds);
- Temps de montée en altitude de croisière de 22 minutes;
- La distance d'atterrissage est 846 m;
- Le poids maximal au décollage est 21863 kg (48200 livres);
à l'atterrissage : 17237 kg (38000 livres);
sans combustible : 14515 kg (32000 livres);
le poids maximal de référence : 12331 kg (27185 livres).

L'avion est doté avec 2 moteurs turboréacteurs CF34-3B produits par General Electric qui développent une puissance de 38,84 kN au décollage et de 41,00 kN en vol.

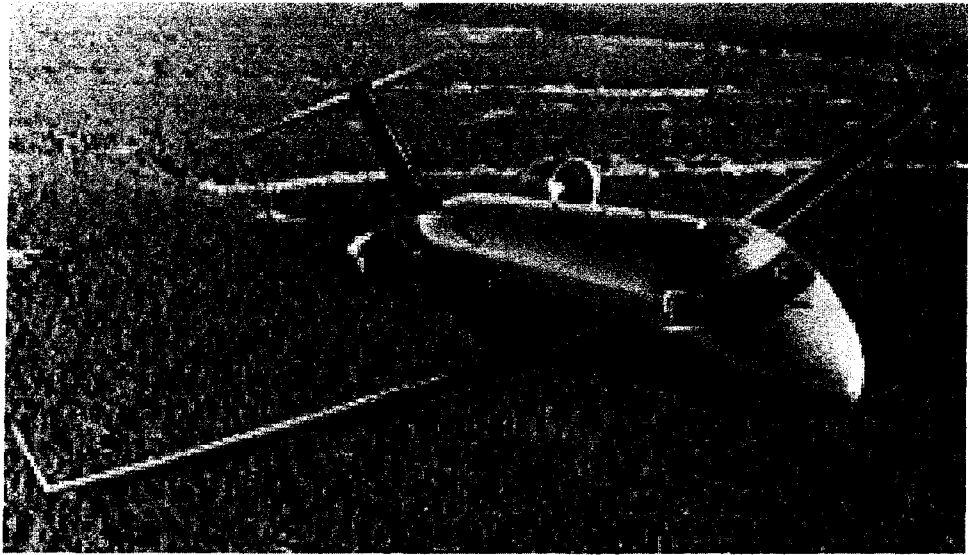


Figure 9 Photo de l'avion CL-604 (vue de face)

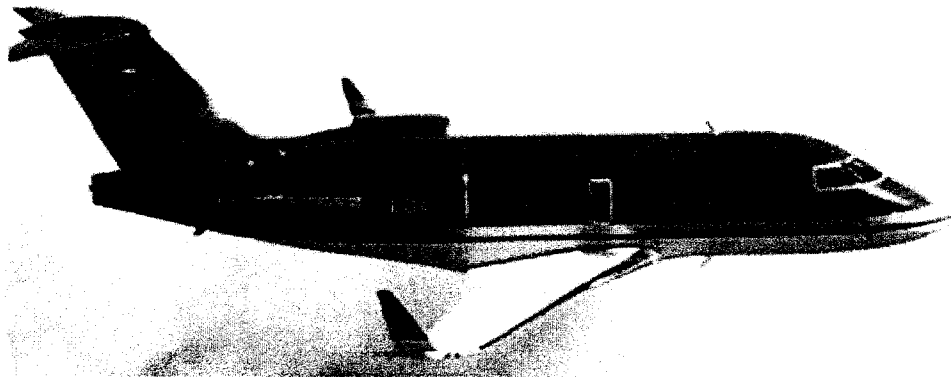


Figure 10 Photo de l'avion CL-604 (vue latérale)

3.2.1 Modèle analytique du CL – 604

Un modèle d'éléments finis du CL-604 a également été utilisé pour calculer la dynamique aéroélastique et les caractéristiques modales de l'avion. Les équations généralisées de mouvement ont été utilisées pour obtenir à la suite un modèle de l'avion sous la forme d'espace d'état. Le modèle qui nous a été fourni par Bombardier Aéronautique contient l'information concernant :

- 6 modes rigides (3 symétriques et 3 anti-symétriques);
- 94 modes élastiques (44 symétriques et 50 anti-symétriques).

Bombardier Aéronautique a identifié un total de 8 modes entrant en instabilité (battement) pour le modèle du CL-604. La méthode des doublets (en anglais : Doublet Lattice Method DLM) a été utilisée pour calculer les matrices des forces aérodynamiques non stationnaires Q pour le nombre de Mach $M = 0,88$ et 8 fréquences réduites $k = 0.001, 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1.1$ et 1.4 . Pour obtenir ces matrices Bombardier Aéronautique utilise le logiciel NASTRAN qui est l'équivalent de STARS de la NASA. Nous présentons dans le tableau suivant les modes de battement et leurs fréquences réduites associées.

Tableau II

Fréquences réduites k correspondantes aux modes de battement
du modèle structurel de l'avion CL – 604 et Mach = 0.88

Modes de battements	Fréquences réduites [100 modes]	Fréquence réduite [94 modes]
Mode anti-symétrique de l'aile	0.245	0.231
Mode symétrique de l'empennage horizontal	1.415	1.416
Mode anti-symétrique de l'aile	0.282	0.271
Mode anti-symétrique de l'empennage horizontal	1.539	1.538
Mode de l'aileron	0.161	0.161
1 ^{er} mode symétrique de l'aile	0.290	0.290
2 ^{ième} mode symétrique de l'aile	0.333	0.335
3 ^{ième} mode symétrique de l'aile	0.196	0.181

CHAPITRE 4

RÉSULTATS DES ANALYSES DU CL-604

Le calcul des vitesses et des fréquences de battement a été effectué par la méthode classique de battement pk en utilisant les forces aérodynamiques dépendantes de la fréquence réduite et du nombre de Mach dans le domaine de fréquence. Nous approximations les forces aérodynamiques déterminées dans le domaine de fréquence au domaine de Laplace par la méthode des moindres carrés LS (Least Squares).

L'intervalle des vitesses d'analyse EAS (« Equivalent Air Speed ») est $\Delta EAS = 25$ nœuds. Cette valeur doit être respectée pour nous permettre de comparer nos résultats avec ceux fournis par Bombardier qui ont utilisé cet intervalle dans leurs propres analyses.

Dans la première présentation des résultats, nous avons utilisé la méthode des moindres carrés (Least Squares LS) avec 2, 8 et 10 termes de retard aérodynamiques et les résultats obtenus par les deux méthodes, soit pk et LS ont été obtenus pour le nombre de Mach de 0.88 et pour 8 fréquences réduites $k = 0.001, 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1.1$. et 1.4.

Deux cas ont été considérés dans ces calculs, les modes élastiques seuls et les modes élastiques combinés aux modes rigides. Dans le premier cas, nous utilisons donc 94 modes répartis comme suit :

- 44 modes symétriques;
- 50 modes anti-symétriques.

Dans le deuxième cas, nous devons intégrer 6 nouveaux modes (modes rigides) aux modes élastiques pour un total de 100 modes :

- 47 modes symétriques (44 modes élastiques et 3 modes rigides);
- 53 modes anti-symétriques (50 modes élastiques et 3 modes rigides).

Nous présenterons les résultats obtenus par la méthode LS en utilisant plusieurs termes de retard et nous comparerons nos résultats avec ceux fournis par Bombardier qui sont présentés au Tableau II obtenus par la méthode *pk standard*. Les modes seront notés par les numéros correspondant aux numéros de 1 à 100 des lignes et colonnes des matrices des forces aérodynamiques. Il est important de mentionner que les résultats provenant de Bombardier Aéronautique n'utilisent pas d'algorithme d'ordonnancement des valeurs propres.

4.1 Modes symétriques

4.1.1 Modes élastiques

Dans cette section, nous présentons les résultats obtenus par simulation sous le logiciel de calcul Matlab pour les modes élastiques symétriques de l'avion CL-604 du Tableau II. Les résultats de la ligne « *pk standard* » correspondent aux résultats obtenus par la méthode *pk standard* qui inclut l'algorithme d'ordonnancement des modes visant à identifier correctement les vitesses et fréquences de battement.

Nous avons obtenu 4 points de battements, le même nombre de mécanismes de battements que celui obtenus par les ingénieurs de Bombardier (Tableau II). Afin de bien identifier les différents battements tout le long du rapport, ils sont numérotés arbitrairement de 1 à 8 (voir le Tableau II) et nous avons noté à quel mode chaque battement correspondait selon Matlab.

Le phénomène de battement apparaît lorsque l'amortissement (partie réelle de la valeur propre de la matrice A de la méthode pk) est positif. En effet, le système devient alors instable et un phénomène de battement a lieu. Le programme que nous utilisons nous permet d'obtenir les vitesses et les fréquences pour lesquelles le phénomène de battement apparaît.

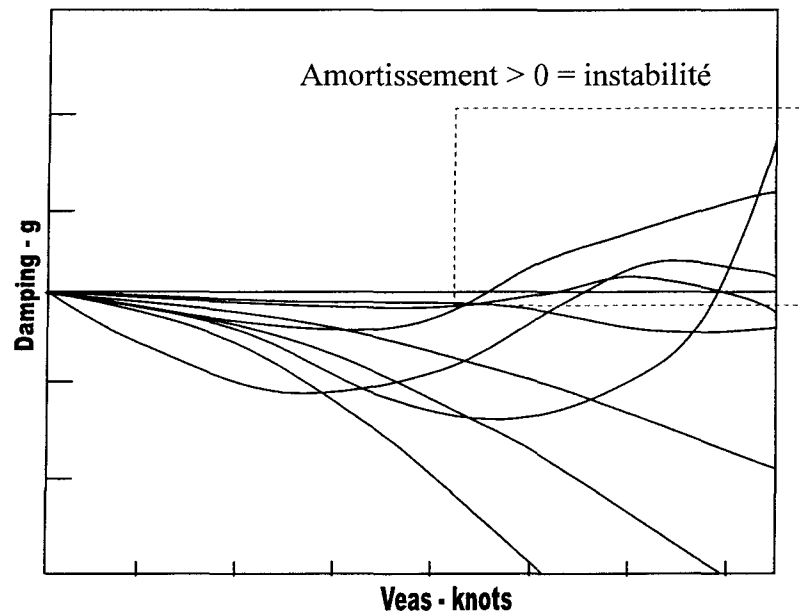


Figure 11 Exemple démonstratif du graphique d'amortissement en fonction de la vitesse équivalente EAS

Nous avons calculé l'erreur de nos résultats par rapport à ceux de Bombardier. Ceux-ci se retrouvent dans le tableau III. Pour le calcul de l'erreur, nous utilisons la formule suivante :

$$\text{Erreur_Valeur_}pk(\%) = \left| \frac{(\text{Valeur_}pk) - (\text{Valeur_}BA)}{\text{Valeur_}BA} \right| \times 100 \quad (4.1)$$

Où Valeur correspond à la vitesse équivalente de l'air (Equivalent Air Speed EAS) et à la fréquence (Freq). Dans le Tableau III, deux types d'erreurs sur les résultats ont été

présentés : pour EAS et pour Freq, Valeur_ pk correspond à EAS et à Freq calculés par la méthode pk standard et Valeur_ BA correspond à EAS et à Freq calculés par la méthode pk chez Bombardier Aéronautique (BA) et donnés au Tableau II. Les résultats correspondants à l'équation (4.1) seront présentés à la troisième ligne du Tableau III.

Pour trouver les erreurs entre les résultats obtenus par la méthode LS et ceux obtenus par la méthode de battement utilisée chez Bombardier Aéronautique, nous allons utiliser l'équation (4.2) :

$$\text{Erreur_Valeur_LS}(\%) = \left| \frac{(\text{Valeur_LS}) - (\text{Valeur_BA})}{\text{Valeur_BA}} \right| \times 100 \quad (4.2)$$

Dans les quatrième, cinquième et sixième lignes du Tableau III, les résultats obtenus par la méthode LS pour les 44 modes élastiques symétriques de l'avion CL-604 sont présentés pour différents termes de retard, soit 2, 8 et 10.

Nous calculons l'erreur moyenne avec l'équation suivante :

$$\text{Erreur_moyenne}(\%) = \frac{\sum_{i=1}^{\text{Nombre_battements}} \text{Erreur}}{\text{Nombre_battements}} \quad (4.3)$$

Cette erreur moyenne est présentée dans la dernière colonne du Tableau III où le nombre de battement est égal à 4 et l'Erreur au Numérateur peut désigner l'erreur calculée par la méthode LS, donc Erreur_Valeur_ LS ou l'erreur calculée par la méthode pk standard, notée par Erreur_Valeur_ pk .

Dans le Tableau III, *pk std* désigne la méthode *pk* standard, *LS – 2 lags* désigne la méthode LS avec 2 termes de retard, *LS – 8 lags* désigne la méthode LS avec 8 termes de retard et *LS – 10 lags* désigne la méthode LS avec 10 termes de retard.

Tableau III
Erreurs de la méthode LS et de la méthode *pk* standard par rapport à la méthode *pk* utilisée chez Bombardier Aéronautique pour les 44 modes élastiques symétriques

Numéro du point (F) et mode de battement	F1		F2		F3		F4		Erreur moyenne	
	EAS / Freq		EAS	Freq	EAS	Freq	EAS	Freq	EAS	Freq
<i>pk std</i>	0.02	0.06	0.03	0.01	0.01	0	0.09	0.05	0.04	0.03
<i>LS – 2 lags</i>	6.66	1.09	-	-	-	-	1.18	0.32	3.92	0.70
<i>LS – 8 lags</i>	0.03	0.64	0.67	0.33	0.01	0.19	0.21	0.11	0.23	0.32
<i>LS - 10 lags</i>	0.42	1.17	6.14	1.47	0.54	0.28	0.40	0.04	1.87	0.74

4.1.2 Modes élastiques et rigides

Dans cette section, nous présentons les résultats exprimés sous forme de vitesses et de fréquences de battement en considérant les modes élastiques et rigides symétriques. Nous avons obtenu le même nombre de battements que celui obtenu en utilisant seulement les modes élastiques.

De la même façon que précédemment, en moyenne, les résultats les plus proches de ceux de Bombardier Aéronautique dans le cas de l'application de la méthode LS, sont issus de la méthode LS avec 8 termes de retard.

Les erreurs obtenues avec les différentes méthodes *pk_standard* et LS en utilisant plusieurs termes de retard pour 47 modes élastiques et rigides symétriques pour le CL-604 sont données dans le Tableau IV et présentées de la même façon qu'au Tableau III.

Tableau IV

Erreurs de la méthode LS et de la méthode *pk* standard par rapport à la méthode *pk* utilisée chez Bombardier Aéronautique pour les 47 modes élastiques et rigides symétriques

Numéro du point (F) et mode de battement	F1		F2		F3		F4		Erreur moyenne	
	EAS / Freq		EAS	Freq	EAS	Freq	EAS	Freq	EAS	Freq
<i>pk</i> std	0.61	1.97	0.03	0	0.02	0.02	0.08	0.05	0.18	0.51
LS – 2 lags	10.2	8.83	-	-	-	-	0.16	1.50	5.18	5.17
LS – 8 lags	2.63	3.84	0.10	0	0.78	0.10	0.06	0.06	0.89	1
LS - 10 lags	3.54	4.44	0.02	0.01	0.44	0.10	0.22	0.04	1.06	1.15

4.2 Modes anti-symétriques

De la même façon que pour les analyses symétriques, les résultats des études anti-symétriques ont été synthétisés dans les plusieurs tableaux sous forme d'erreur relative et ce, pour les études des modes élastiques et les études des modes élastiques et rigides.

4.2.1 Modes élastiques

Dans le Tableau V, nous présentons les résultats sous la forme des erreurs suite aux analyses des 50 modes anti-symétriques élastiques seulement. Ce tableau est écrit sous la même forme que les tableaux III et IV.

Tableau V

Erreurs de la méthode LS et de la méthode *pk* standard par rapport à la méthode *pk* utilisée chez Bombardier Aéronautique pour les 50 modes élastiques anti-symétriques

Numéro du point (F) et mode de battement	F1		F2		F3		F4		Erreur moyenne	
EAS / Freq	EAS	Freq	EAS	Freq	EAS	Freq	EAS	Freq	EAS	Freq
<i>pk</i> std	0.01	0.08	0.01	0.02	0.05	0.01	0	0.01	0.02	0.03
LS – 2 lags	2.77	0.63	1.02	0.55	5.55	0.02	0.98	0.26	2.58	0.37
LS – 8 lags	0.14	0.10	0.58	0.06	1.29	0.05	1.73	0.93	0.94	0.28
LS - 10 lags	0.03	0.07	0.11	0.05	2.85	0.20	3.05	0.78	1.51	0.27

4.2.2 Modes élastiques et rigides

De la même façon que pour les analyses précédentes, un tableau des erreurs a été construit pour les modes élastiques et rigides anti-symétriques.

Tableau VI

Erreurs de la méthode LS et de la méthode *pk* standard par rapport à la méthode *pk* utilisée chez Bombardier Aéronautique pour les 53 modes élastiques et rigides anti-symétriques

Numéro du point (F) et mode de battement	F1		F2		F3		F4		Erreur moyenne	
	EAS	Freq	EAS	Freq	EAS	Freq	EAS	Freq	EAS	Freq
<i>pk</i> std	0.01	0.07	0.01	0.02	0.01	0.02	0.01	0.01	0.01	0.03
<i>LS</i> – 2 lags	12.3	0.18	2.34	0.26	1.06	0.21	7.41	7.31	5.78	1.99
<i>LS</i> – 8 lags	3.35	0.56	0.66	0.38	0.17	0.06	1.23	0.16	1.36	0.29
<i>LS</i> - 10 lags	0.76	0.09	0.41	0.05	0.85	0.12	1.32	0.38	0.83	0.16

4.3 Modes symétriques et anti-symétriques

Finalement, pour comprendre les interactions pouvant exister entre les différents modes, qu'ils soient symétriques ou anti-symétriques, l'analyse a été effectuée en regroupant l'ensemble des modes dans l'algorithme (rigides et élastiques, symétriques et anti-symétrique). Le principal inconvénient de cette approche réside au niveau du temps de traitement qui devient extrêmement long en comparaison au temps de traitement pour les modes symétriques et anti-symétriques, respectivement. En effectuant cette analyse, nous allons comprendre s'il existe des influences marquées entre les modes de symétrie différentes. Cette étude sera présentée un peu plus tard puisque dans la section présente, nous nous concentrerons seulement sur l'efficacité de la linéarisation LS.

4.3.1 Modes élastiques

Des cette analyse, le même nombre de mécanismes de battement ont été identifiés. Voici les tableaux comparatifs des erreurs.

Tableau VII.a

Erreurs de la méthode LS et de la méthode *pk* standard par rapport à la méthode *pk* utilisée chez Bombardier Aéronautique pour les 94 modes élastiques (symétriques et anti-symétriques) – Les 4 premiers battements

Numéro du point (F) et mode de battement	F1		F2		F3		F4	
EAS / Freq	EAS	Freq	EAS	Freq	EAS	Freq	EAS	Freq
<i>pk</i> std	0	0.05	0	0.08	0	0.01	0	0
LS – 2 lags	6.41	0.49	3.10	0.71	1.07	0.40	4.36	13.2
LS – 8 lags	0	0.40	0.12	0.09	0.09	0.09	0.30	0.02
LS - 10 lags	-	-	0.15	0.04	0.04	0.17	0.46	0.11

Tableau VII.b

Erreurs de la méthode LS et de la méthode pk standard par rapport à la méthode pk utilisée chez Bombardier Aéronautique pour les 94 modes élastiques (symétriques et anti-symétriques) – Les 4 derniers battements

Numéro du point (F) et mode de battement	F1		F2		F3		F4		Erreur moyenne	
EAS / Freq	EAS	Freq	EAS	Freq	EAS	Freq	EAS	Freq	EAS	Freq
pk std	0.01	0.01	0	0.01	0	0.01	0.01	0.01	0	0.02
LS – 2 lags	4.99	0.04	-	-	1.43	0.21	1.49	0.54	3.27	2.23
LS – 8 lags	2.21	0.14	0.31	0.11	1.53	0.83	0.09	0.05	0.58	0.21
LS – 10 lags	1.23	0.03	0.73	0.10	2.34	0.73	0.06	0.03	0.71	0.17

Nous remarquons une bonne précision pour la méthode LS avec 8 termes de retard.

4.3.2 Modes élastiques et rigides

Finalement, la dernière analyse consiste simplement à intégrer les modes élastiques et rigides, symétriques et antisymétriques. Dans le tableau VIII.a, nous présentons les résultats obtenus pour les 4 premiers phénomènes de battement tandis que dans le tableau VIII.b, les 4 derniers battements ainsi que les erreurs moyennes pour les huit battements est présentée. L'ensemble de ces résultats est représenté par les vitesses et les fréquences de battement.

Tableau VIII.a

Erreurs de la méthode LS et de la méthode pk standard par rapport à la méthode pk utilisée chez BA pour les 100 modes élastiques et rigides (symétriques et anti-symétriques) – Les 4 premiers battements

Numéro du point (F) et mode de battement	F1		F2		F3		F4	
EAS / Freq	EAS	Freq	EAS	Freq	EAS	Freq	EAS	Freq
pk std	3.08	1.03	0	0.07	0	0.02	0.01	0.01
LS – 2 lags	1.38	3.57	-	-	1.57	1.32	10.38	0.50
LS – 8 lags	3.63	4.19	0.76	0.07	0.05	0.10	0.13	0.03
LS – 10 lags	4.34	5.37	3.29	0.67	0.27	0.01	0.89	0.51

Tableau VIII.b

Erreurs de la méthode LS et de la méthode pk standard par rapport à la méthode pk utilisée chez BA pour les 100 modes élastiques et rigides (symétriques et anti-symétriques) – Les 4 derniers battements

Numéro du point (F) et mode de battement	F1		F2		F3		F4		Erreur moyenne	
EAS / Freq	EAS	Freq	EAS	Freq	EAS	Freq	EAS	Freq	EAS	Freq
pk std	0	0.02	0.01	0.03	0.01	0.01	0	0.01	0.39	0.15
LS – 2 lags	1.19	0.10	18.9	1.86	9.31	3.74	0.57	3	6.18	2.01
LS – 8 lags	0.15	0.06	0.22	0.06	0.62	0.75	0.16	0.03	0.72	0.66
LS – 10 lags	0.35	0.08	2.70	0.10	1.99	1.09	0.06	0.11	1.74	0.99

Dans cette analyse, de la même manière que dans les analyses effectuées précédemment, l'utilisation de 8 termes de retard constitue la meilleure option en terme de précision pour le modèle du CL-604 à l'exception du huitième battement où la vitesse de battement est mieux évaluée par l'utilisation de dix termes de retard.

CHAPITRE 5

RÉSULTATS DES ANALYSES DU F/A-18

Pour les analyses effectuées sur le modèle d'avion fournit par la NASA, la méthode d'analyse pk a été une fois de plus utilisée. De la même façon que pour le CL-604, un intervalle de 25 nœuds a été utilisé dans les analyses pour comparer les résultats obtenus par nous avec les résultats obtenus par la NASA.

Pour ce qui est du modèle de la NASA, 2 études différentes ont été effectuées. La première analyse a été au niveau subsonique et la deuxième, au niveau supersonique.

Pour l'étude subsonique, un seul nombre de Mach a été analysé, soit 0.85. Pour ce qui est de l'étude des vitesses supersoniques, trois nombres de Mach ont été choisis, soit 1.1, 1.3 et 1.6. Cette dernière étude a permis d'établir si la méthode de calcul des forces aérodynamiques non stationnaires pouvait influencer la qualité des résultats obtenus. Pour cette étude, les 2 premières études ont été répétées pour les modes anti-symétriques.

Un point important est que le modèle fournit par la NASA dispose d'une plus grande série de fréquences réduites, soit 14, ce qui permettra d'obtenir de meilleures évaluations des coefficients dans l'approximation par la méthode LS.

$$k = 0.01, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.59, 0.63, 0.67, 0.71, 0.77, 0.83, 0.91, 1.$$

5.1 Analyse subsonique ($M = 0.85$)

5.1.1 Modes symétriques

Dans le Tableau IX, une comparaison des vitesses et des fréquences de battement obtenues par les méthodes *pk* standard et Least Squares LS a été effectuée pour $M = 0.85$ considérant les modes élastiques symétriques. Dans la première colonne nous présentons le type de méthode (*pk* standard et LS), dans la deuxième colonne du tableau nous présentons les vitesses équivalentes de l'air (EAS) obtenus pour le premier point de battement et dans la troisième colonne du tableau nous présentons les fréquences obtenus pour le premier point de battement.

Tableau IX
Comparaison des vitesses et fréquences du premier battement pour
 $M = 0.85$, modes élastiques et symétriques

Méthode	Battement #1	
	EAS (ft/s)	Freq (Hz)
<i>pk</i> standard	947.18	7.94
<i>LS</i> 1 lag	966.58	7.80
<i>LS</i> 2 lags	971.46	7.76
<i>LS</i> 3 lags	959.29	7.76
<i>LS</i> 4 lags	959.29	7.76
<i>LS</i> 5 lags	972.40	7.75
<i>LS</i> 6 lags	952.92	7.98
<i>LS</i> 7 lags	938.22	7.90

Le tableau X présente les mêmes types de résultats que le tableau précédent pour le deuxième point de battement. De plus, les résultats de ces deux tableaux sont également présentés sous forme graphique aux figures 12 et 13.

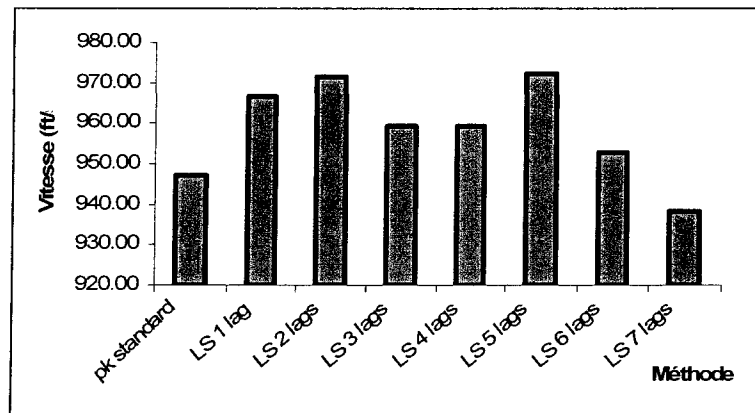


Figure 12 Graphique des vitesses de battement du premier mécanisme
 $M = 0.85$, Modes élastiques et symétriques

Tableau X

Comparaison des vitesses et fréquences du deuxième battement pour
 $M = 0.85$, modes élastiques et symétriques

Méthode	Battement #2	
	EAS (ft/s)	Freq (Hz)
<i>pk standard</i>	1496.88	12.08
<i>LS 1 lag</i>	1512.03	11.59
<i>LS 2 lags</i>	1506.49	12.23
<i>LS 3 lags</i>	1472.94	12.08
<i>LS 4 lags</i>	1472.94	12.08
<i>LS 5 lags</i>	1519.43	12.17
<i>LS 6 lags</i>	1472.12	12.39
<i>LS 7 lags</i>	1519.41	12.03

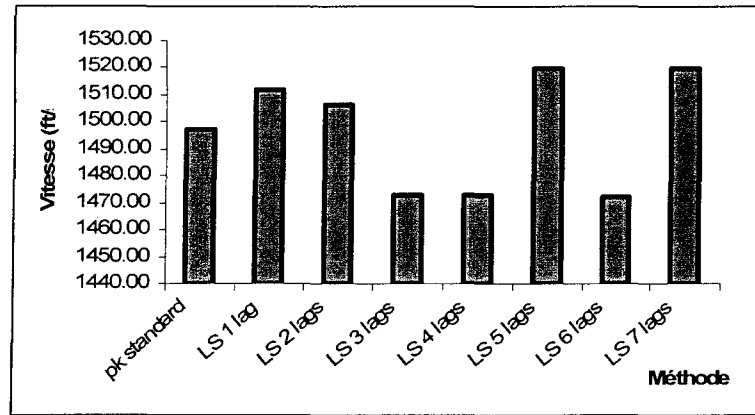


Figure 13 Graphique des vitesses de battement du deuxième mécanisme $M = 0.85$, Modes élastiques et symétriques

À prime abord, nous pouvons observer une grande divergence des résultats au niveau du deuxième mécanisme de battement, soit pour 3, 4 et 6 termes de retard.

Les erreurs relatives des vitesses et fréquences obtenues par la méthode *LS* par rapport à celles obtenues par la méthode *pk* standard sont exprimées par les équations :

$$\text{Erreur_EAS} = \frac{EAS_{LS} - EAS_{pk}}{EAS_{LS}} * 100\% \text{ et } \text{Erreur_Freq} = \frac{Freq_{LS} - Freq_{pk}}{Freq_{LS}} * 100\% \quad (5.1)$$

Où EAS_{LS} et $Freq_{LS}$ sont les vitesses et fréquences obtenus par la méthode *LS* et EAS_{pk} et $Freq_{pk}$ sont les vitesses et fréquences obtenus par la méthode *pk* standard.

Les erreurs relatives des premières et deuxièmes vitesses et fréquences de battement par rapport à celles calculées par la méthode de battement classique *pk* standard sont représentées numériquement dans les tableaux XI (pour le 1^{er} battement) et XII (pour le deuxième battement).

Tableau XI

Erreurs relatives des vitesses et fréquences obtenues par la méthode LS
par rapport à la méthode *pk* standard pour $M = 0.85$,
modes élastiques et symétriques – Premier battement

Méthode	Battement #1	
	EAS (ft/s)	Freq (Hz)
<i>LS 1 lag</i>	2.05%	-1.81%
<i>LS 2 lags</i>	2.56%	-2.26%
<i>LS 3 lags</i>	1.28%	-2.26%
<i>LS 4 lags</i>	1.28%	-2.26%
<i>LS 5 lags</i>	2.66%	-2.40%
<i>LS 6 lags</i>	0.61%	0.48%
<i>LS 7 lags</i>	-0.95%	-0.57%

Tableau XII

Erreurs relatives des vitesses et fréquences obtenues par la méthode de LS
par rapport à la méthode *pk* standard pour $M = 0.85$,
modes élastiques et symétriques – Deuxième battement

Méthode	Battement #2	
	EAS (ft/s)	Freq (Hz)
<i>LS 1 lag</i>	1.01%	-4.04%
<i>LS 2 lags</i>	0.64%	1.25%
<i>LS 3 lags</i>	-1.60%	-0.01%
<i>LS 4 lags</i>	-1.60%	-0.01%
<i>LS 5 lags</i>	1.51%	0.80%
<i>LS 6 lags</i>	-1.65%	2.61%
<i>LS 7 lags</i>	1.51%	-0.37%

5.1.2 Modes anti-symétriques

Ainsi, dans la même optique que pour les modes symétriques, nous effectuons les analyses et les résultats sont synthétisés dans les tableaux et les figures plus bas. Les tableaux XIII et XIV montrent les vitesses et fréquences des deux phénomènes de battement pour $M = 0.85$ et les figures présentent les mêmes résultats de façon graphique.

Tableau XIII

Comparaison des vitesses et fréquences pour
 $M = 0.85$, modes élastiques et anti-symétriques, Premier battement

Méthode	Battement #1	
	EAS (ft/s)	Freq (Hz)
<i>pk standard</i>	964.78	9.33
<i>LS 1 lag</i>	978.72	9.18
<i>LS 2 lags</i>	978.72	9.18
<i>LS 3 lags</i>	978.72	9.18
<i>LS 4 lags</i>	978.72	9.18
<i>LS 5 lags</i>	955.19	9.36
<i>LS 6 lags</i>	956.87	9.35

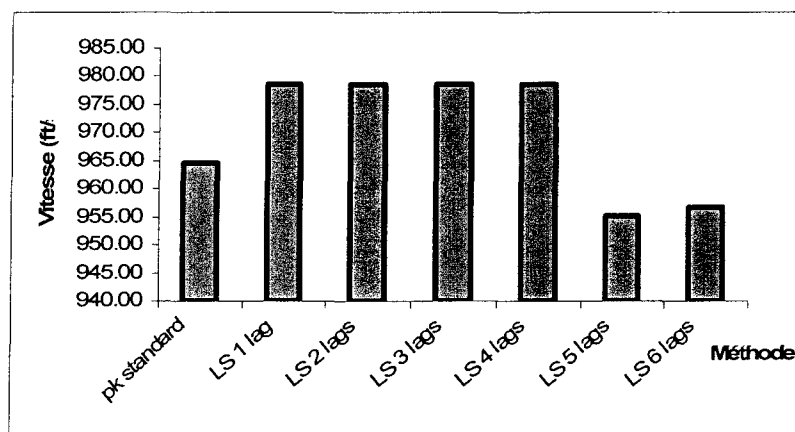


Figure 14 Graphique des vitesses de battement du premier mécanisme
 $M = 0.85$, Modes élastiques et anti-symétriques

Tableau XIV
 Comparaison des vitesses et fréquences pour
 $M = 0.85$, modes élastiques et anti-symétriques, Deuxième battement

Méthode	Battement #2	
	EAS (ft/s)	Freq (Hz)
<i>pk standard</i>	1704.16	14.06
<i>LS 1 lag</i>	1763.37	14.17
<i>LS 2 lags</i>	1763.37	14.17
<i>LS 3 lags</i>	1763.37	14.17
<i>LS 4 lags</i>	1763.37	14.17
<i>LS 5 lags</i>	1693.79	14.23
<i>LS 6 lags</i>	1694.32	14.23

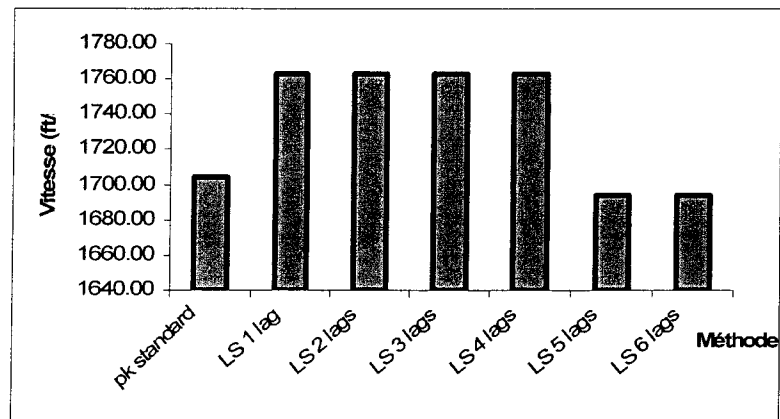


Figure 15 Graphique des vitesses de battement du deuxième mécanisme
 $M = 0.85$, Modes élastiques et anti-symétriques

Une fois les résultats présentés, de la même façon que pour les analyses des modes élastiques symétriques, nous présentons les erreurs relatives des vitesses et fréquences de battement par rapport à celles calculées par la méthode de battement classique *pk standard* dans les tableaux XV et XVI.

Tableau XV

Erreurs relatives des vitesses et fréquences obtenues par la méthode LS
par rapport à la méthode *pk* standard pour $M = 0.85$,
modes élastiques et anti-symétriques, Premier battement

Méthode	Battement #1	
	EAS (ft/s)	Freq (Hz)
<i>LS 1 lag</i>	1.44%	-1.62%
<i>LS 2 lags</i>	1.44%	-1.62%
<i>LS 3 lags</i>	1.44%	-1.62%
<i>LS 4 lags</i>	1.44%	-1.62%
<i>LS 5 lags</i>	-0.99%	0.31%
<i>LS 6 lags</i>	-0.82%	0.25%

Tableau XVI

Erreurs relatives des vitesses et fréquences obtenues par la méthode de LS
par rapport à celles obtenues par la méthode *pk* standard pour $M = 0.85$,
modes élastiques et anti-symétriques, Deuxième battement

Méthode	Battement #2	
	EAS (ft/s)	Freq (Hz)
<i>LS 1 lag</i>	3.47%	0.79%
<i>LS 2 lags</i>	3.47%	0.79%
<i>LS 3 lags</i>	3.47%	0.79%
<i>LS 4 lags</i>	3.47%	0.79%
<i>LS 5 lags</i>	-0.61%	1.21%
<i>LS 6 lags</i>	-0.58%	1.26%

5.2 Analyse supersonique ($M = 1.1, 1.3, 1.6$)

5.2.1 Modes symétriques

De la même façon que pour l'étude en subsonique, un tableau des résultats est présenté pour les modes symétriques. Celui-ci contient les résultats pour les 3 nombres de Mach. Dans ces études, nous verrons que l'aérodynamique vient jouer un rôle important puisque l'un des mécanismes de battement redevient stable pour les nombres de Mach = 1.1, 1.4 et 1.6.

Dans le tableau XVII, nous montrons les valeurs numériques des EAS et des fréquences pour les premiers et deuxièmes phénomènes de battements à Mach = 1.1. Les figures 16 et 17 illustrent graphiquement les mêmes résultats.

Tableau XVII

Comparaison des vitesses et fréquences de battement
pour les modes élastiques et symétriques, Mach = 1.1

Méthode	Battement #1		Battement #2	
	EAS (ft/s)	Freq (Hz)	EAS (ft/s)	Freq (Hz)
<i>pk standard</i>	1199.78	27.43	1263.42	12.46
<i>LS 1 lag</i>	1099.43	27.12	1258.41	12.74
<i>LS 2 lags</i>	1128.25	27.20	1272.36	12.45
<i>LS 3 lags</i>	1029.90	26.74	1258.56	13.01
<i>LS 4 lags</i>	1029.90	26.74	1258.56	13.01
<i>LS 5 lags</i>	1203.21	27.42	1250.54	12.40
<i>LS 6 lags</i>	1185.28	27.36	1266.63	12.42
<i>LS 7 lags</i>	1197.38	27.40	1267.13	12.41

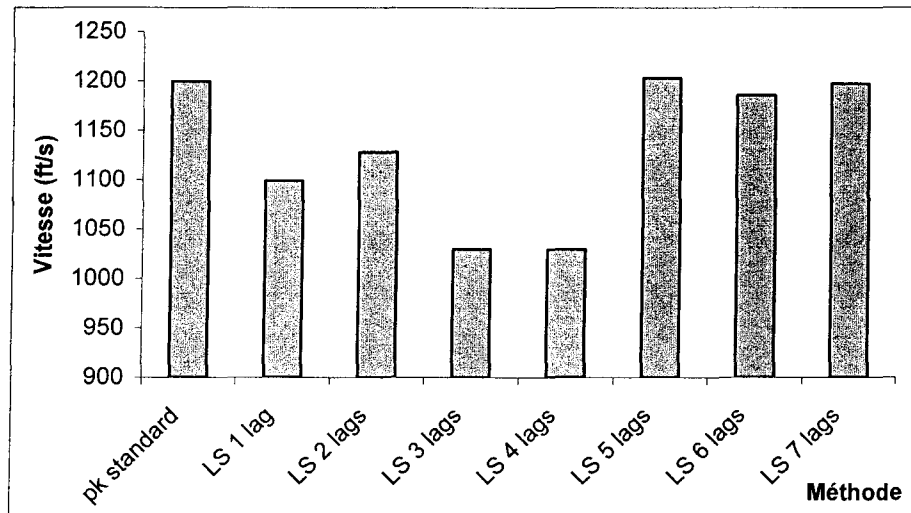


Figure 16 Graphique des vitesses du premier battement pour les modes élastiques et symétriques, $M = 1.1$

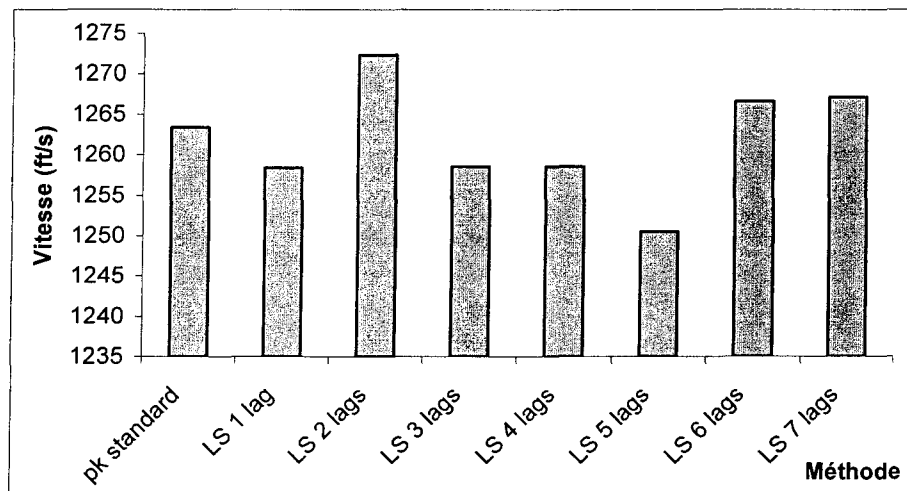


Figure 17 Graphique des vitesses du deuxième battement pour les modes élastiques et symétriques, $M = 1.1$

De la même façon, les tableaux et les figures suivantes présentent les résultats pour les nombres de Mach de 1.4 et 1.6.

Tableau XVIII

Comparaison des vitesses et fréquences de battement pour modes élastiques et symétriques, Mach = 1.4

Méthode	Battement #1	
	EAS (ft/s)	Freq (Hz)
<i>pk standard</i>	1011.06	28.05
<i>LS 1 lag</i>	1016.84	28.11
<i>LS 2 lags</i>	1014.52	28.11
<i>LS 3 lags</i>	1014.52	28.11
<i>LS 4 lags</i>	1014.52	28.11
<i>LS 5 lags</i>	1011.14	28.05
<i>LS 6 lags</i>	1011.00	28.05
<i>LS 7 lags</i>	1011.19	28.05

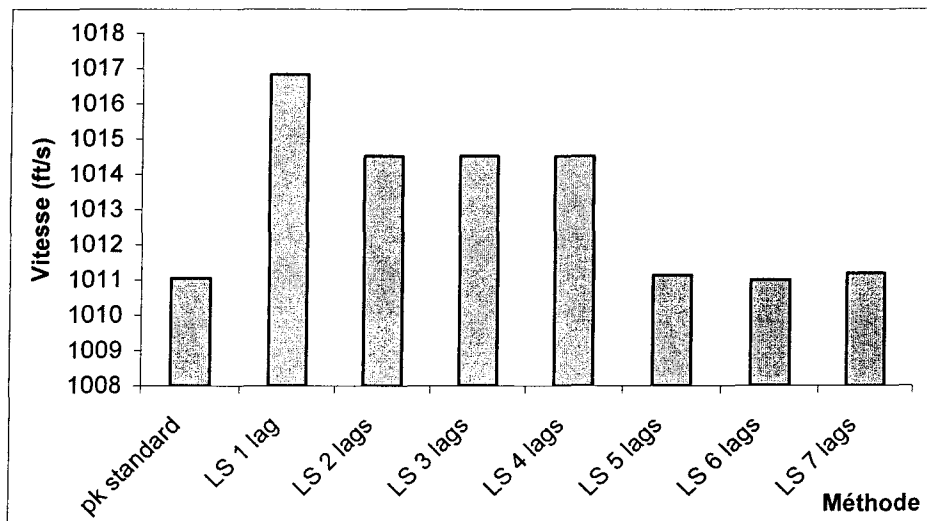


Figure 18 Graphique des vitesses de battement pour les modes élastiques et symétriques, M = 1.4

Tableau XIX

Comparaison des vitesses et fréquences de battement pour les modes élastiques et symétriques, Mach = 1.6

Méthode	Battement #1	
	EAS (ft/s)	Freq (Hz)
<i>pk standard</i>	1127.46	28.89
<i>LS 1 lag</i>	1130.66	28.89
<i>LS 2 lags</i>	1128.31	28.89
<i>LS 3 lags</i>	1131.88	28.93
<i>LS 4 lags</i>	1131.88	28.93
<i>LS 5 lags</i>	1128.09	28.89
<i>LS 6 lags</i>	1127.23	28.89
<i>LS 7 lags</i>	1128.07	28.89

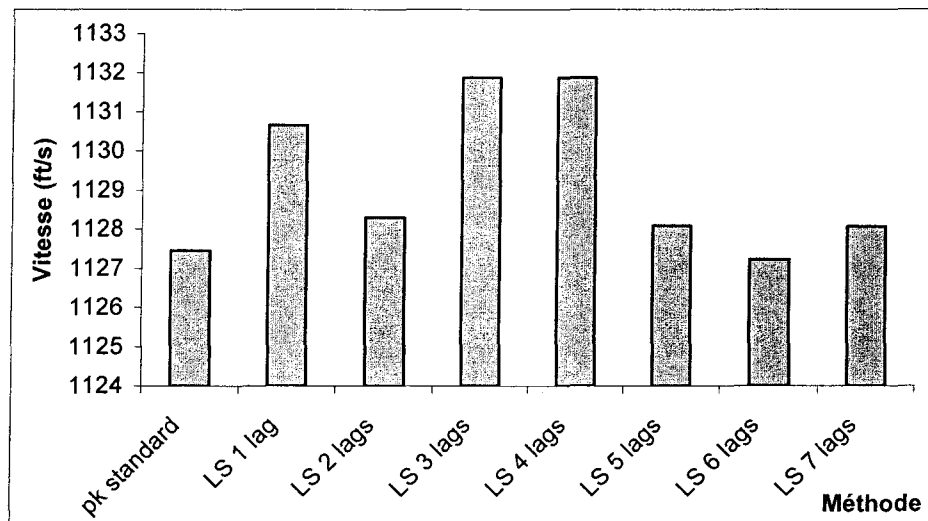


Figure 19 Graphique des vitesses de battement pour les modes élastiques et symétriques, M = 1.6

Afin de bien comprendre les différences entre la méthode *pk* standard et la méthode LS utilisant différents nombres de termes de retard, les tableaux suivants présentent les erreurs relatives des vitesses et des fréquences de battement par rapport à la méthode *pk* standard. Donc les tableaux XX, XXI et XXII montrent ces erreurs relatives pour les nombres de Mach 1.1, 1.4 et 1.6 respectivement.

Tableau XX

Erreurs relatives des vitesses et fréquences obtenues par la méthode de LS par rapport à celles obtenues par la méthode *pk* standard pour les modes élastiques et symétriques, Mach = 1.1

Méthode	Battement #1		Battement #2	
	EAS	Freq	EAS	Freq
<i>LS 1 lag</i>	-8.36%	-1.15%	-0.40%	2.24%
<i>LS 2 lags</i>	-5.96%	-0.84%	0.71%	-0.07%
<i>LS 3 lags</i>	-14.16%	-2.51%	-0.38%	4.46%
<i>LS 4 lags</i>	-14.16%	-2.51%	-0.38%	4.46%
<i>LS 5 lags</i>	0.29%	-0.04%	-1.02%	-0.51%
<i>LS 6 lags</i>	-1.21%	-0.26%	0.25%	-0.30%
<i>LS 7 lags</i>	-0.20%	-0.10%	0.29%	-0.37%

Tableau XXI

Erreurs relatives des vitesses et fréquences obtenues par la méthode de LS par rapport à celles obtenues par la méthode *pk* standard pour les modes élastiques et symétriques, Mach = 1.4

Méthode	Battement #1	
	EAS	Freq
<i>LS 1 lag</i>	0.57%	0.21%
<i>LS 2 lags</i>	0.34%	0.20%
<i>LS 3 lags</i>	0.34%	0.20%
<i>LS 4 lags</i>	0.34%	0.20%
<i>LS 5 lags</i>	0.01%	0.00%
<i>LS 6 lags</i>	-0.01%	0.00%
<i>LS 7 lags</i>	0.01%	0.02%

Tableau XXII

Erreurs relatives des vitesses et fréquences obtenues par la méthode de LS
par rapport à celles obtenues par la méthode *pk* standard
pour les modes élastiques et symétriques, Mach = 1.6

Méthode	Battement #1	
	EAS	Freq
<i>LS 1 lag</i>	0.28%	0.01%
<i>LS 2 lags</i>	0.08%	0.01%
<i>LS 3 lags</i>	0.39%	0.14%
<i>LS 4 lags</i>	0.39%	0.14%
<i>LS 5 lags</i>	0.06%	0.00%
<i>LS 6 lags</i>	-0.02%	0.00%
<i>LS 7 lags</i>	0.05%	0.00%

Dans les tableaux des erreurs relatives, nous pouvons conclure que pour plus de 4 termes de retard (lags), les résultats restent sensiblement les mêmes au niveau de la précision puisque les erreurs relatives sont très rapprochées.

5.2.2 Modes anti-symétriques

Finalement, l'étude supersonique des modes anti-symétriques est effectuée. Ainsi, les tableaux sont présentés de la même manière que pour les analyses des modes symétriques.

Le tableau XXIII ainsi que les figures 20 et 21 présentent les résultats des vitesses et des fréquences des différentes méthodes pour mach = 1.1.

Tableau XXIII

Comparaison des vitesses et fréquences de battement
pour les modes élastiques et anti-symétriques, Mach = 1.1

Méthode	Battement #1		Battement #2	
	EAS (ft/s)	Freq (Hz)	EAS (ft/s)	Freq (Hz)
<i>pk standard</i>	1057.94	27.44	1472.29	13.90
<i>LS 1 lag</i>	1010.36	27.23	1476.83	13.97
<i>LS 2 lags</i>	1047.33	27.37	1464.04	13.93
<i>LS 3 lags</i>	974.75	27.00	1464.80	14.28
<i>LS 4 lags</i>	974.75	27.00	1464.80	14.28
<i>LS 5 lags</i>	1044.63	27.34	1466.50	13.93
<i>LS 6 lags</i>	1059.63	27.38	1463.12	13.99

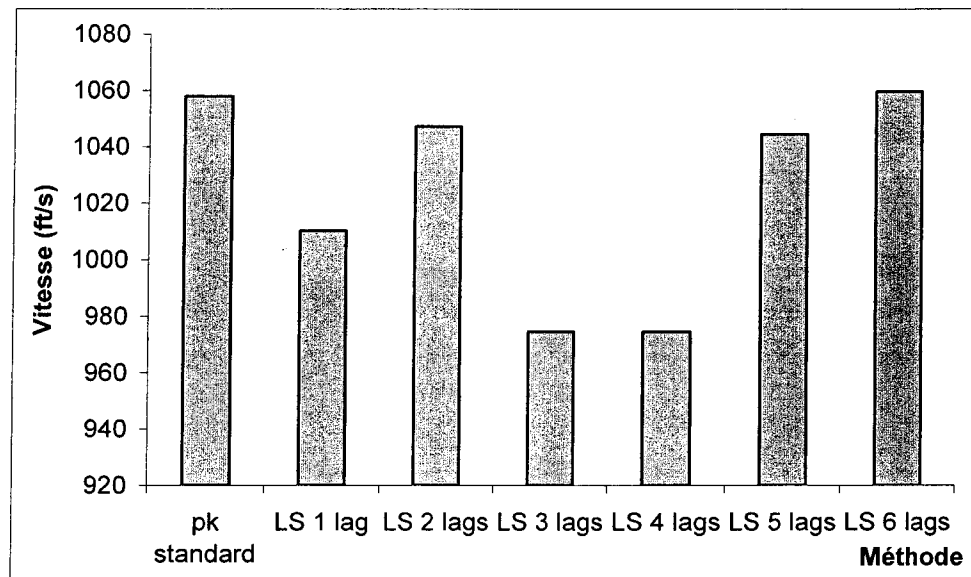


Figure 20 Graphique des vitesses du premier battement pour les modes élastiques et anti-symétriques, M = 1.1

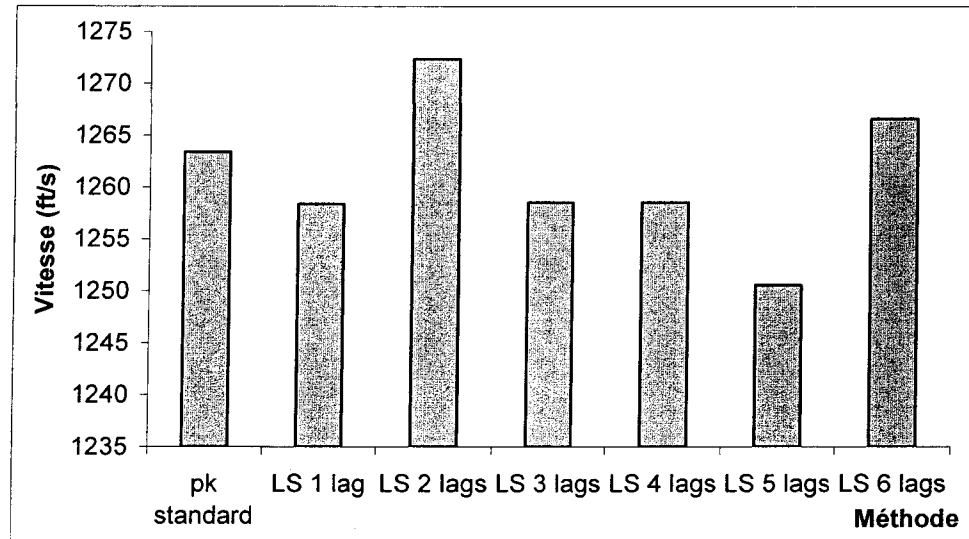


Figure 21 Graphique des vitesses du deuxième battement pour les modes élastiques et anti-symétriques, $M = 1.1$

Les tableaux XXIV et XXV ainsi que les figures adjacentes montrent les mêmes types analyses pour $Mach = 1.4$ et 1.6 .

Tableau XXIV

Comparaison des vitesses et fréquences de battement pour les modes élastiques et anti-symétriques, $Mach = 1.4$

Méthode	Battement #1	
	EAS (ft/s)	Freq (Hz)
<i>pk standard</i>	1045.86	29.14
<i>LS 1 lag</i>	1049.71	29.05
<i>LS 2 lags</i>	1048.11	29.04
<i>LS 3 lags</i>	1046.11	29.04
<i>LS 4 lags</i>	1046.11	29.04
<i>LS 5 lags</i>	1047.03	29.14
<i>LS 6 lags</i>	1045.59	29.14

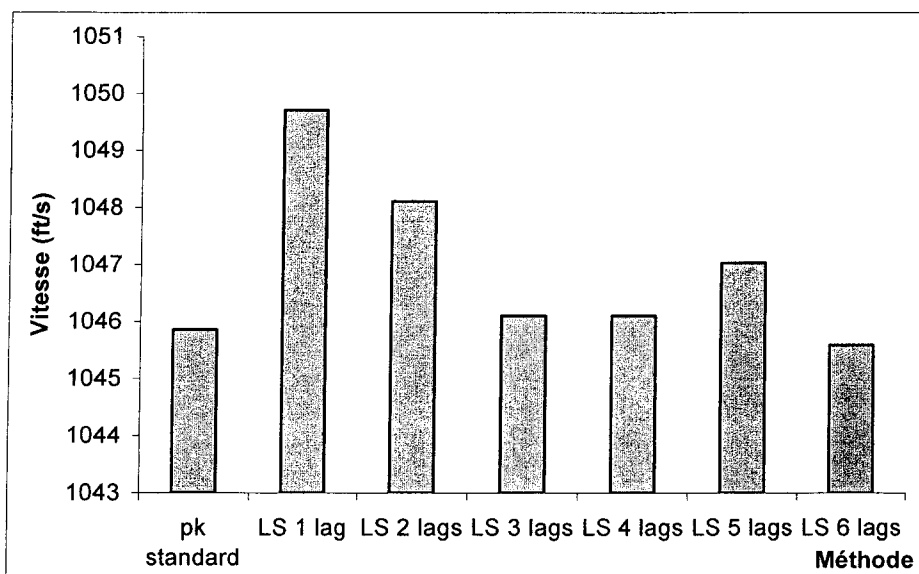


Figure 22 Graphique des vitesses de battement pour les modes élastiques et anti-symétriques, $M = 1.4$

Tableau XXV

Comparaison des vitesses et fréquences de battement pour les modes élastiques et anti-symétriques, $Mach = 1.6$

Méthode	Battement #1	
	EAS (ft/s)	Freq (Hz)
<i>pk standard</i>	1229.74	30.55
<i>LS 1 lag</i>	1194.67	30.29
<i>LS 2 lags</i>	1221.76	30.51
<i>LS 3 lags</i>	1189.06	30.33
<i>LS 4 lags</i>	1189.06	30.33
<i>LS 5 lags</i>	1221.86	30.51
<i>LS 6 lags</i>	1228.56	30.55

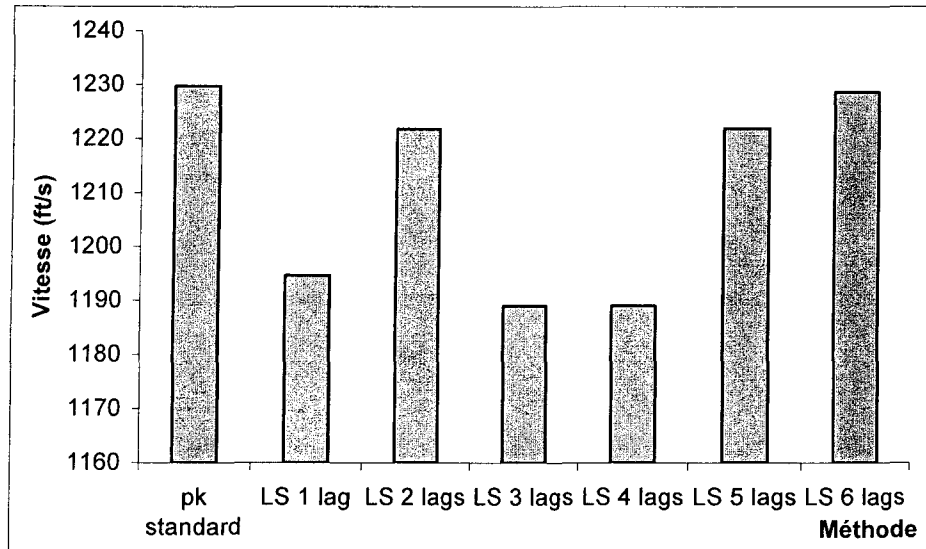


Figure 23 Graphique des vitesses de battement pour les modes élastiques et anti-symétriques, $M = 1.6$

Une fois les résultats présentés, ceux-ci ont été synthétisés sous forme d'erreurs relatives à la méthode *pk* standard. Donc, les tableaux XXVI, XXVII et XXVIII présentent ces erreurs pour les mach 1.1, 1.4 et 1.6 respectivement.

Tableau XXVI

Erreurs relatives des vitesses et fréquences obtenues par la méthode de LS par rapport à celles obtenues par la méthode *pk* standard pour les modes élastiques et anti-symétriques, Mach = 1.1

Méthode	Battement #1		Battement #2	
	EAS	Freq	EAS	Freq
LS 1 lag	0.31%	0.50%	-4.50%	-0.78%
LS 2 lags	-0.56%	0.21%	-1.00%	-28.00%
LS 3 lags	-0.51%	2.75%	-7.86%	-1.63%
LS 4 lags	-0.51%	2.75%	-7.86%	-1.63%
LS 5 lags	-0.39%	0.23%	-1.26%	-36.00%
LS 6 lags	-0.62%	0.68%	0.12%	-25.00%

Tableau XXVII

Erreurs relatives des vitesses et fréquences obtenues par la méthode de LS
par rapport à celles obtenues par la méthode *pk* standard
pour les modes élastiques et anti-symétriques, Mach = 1.4

Méthode	Battement #1	
	EAS	Freq
<i>LS 1 lag</i>	0.37%	-30.00%
<i>LS 2 lags</i>	0.02%	-32.00%
<i>LS 3 lags</i>	0.02%	-32.00%
<i>LS 4 lags</i>	0.02%	-32.00%
<i>LS 5 lags</i>	0.11%	-1.00%
<i>LS 6 lags</i>	-0.03%	-1.00%

Tableau XXVIII

Erreurs relatives des vitesses et fréquences obtenues par la méthode de LS
par rapport à celles obtenues par la méthode *pk* standard
pour les modes élastiques et anti-symétriques, Mach = 1.6

Méthode	Battement #1	
	EAS	Freq
<i>LS 1 lag</i>	-2.85%	0.01%
<i>LS 2 lags</i>	-0.65%	0.01%
<i>LS 3 lags</i>	-3.31%	0.14%
<i>LS 4 lags</i>	-3.31%	0.14%
<i>LS 5 lags</i>	-0.64%	0.00%
<i>LS 6 lags</i>	-0.10%	0.00%

Pour le supersonique, nous pouvons observer que nous obtenons de très bons résultats, donc la méthode de calcul des forces aérodynamiques ne vient pas vraiment jouer un rôle majeur dans la précision des résultats de la linéarisation.

CHAPITRE 6

ANALYSE DE LA VARIATIONS DES FRÉQUENCES RÉDUITES SUR LE F/A-18 SRA

Le choix des fréquences réduites dans la génération des matrices des forces aérodynamiques est souvent un point majeur qui influencera les résultats selon la plage qui aura été adoptée.

La première raison pour laquelle il est important de se pencher sur le sujet est que souvent, les logiciels d'analyses tel que NASTRAN et STARS limite les nombres de valeurs qu'il est possible d'inclure dans l'étude (8 pour NASTRAN). De plus, plus il y aura de valeurs et plus le temps de traitement sera fastidieux. Deuxièmement, cette étude pour faire voir la sensibilité des résultats face aux choix des fréquences réduites.

Ainsi, dans ce chapitre, une analyse des résultats sera effectuée sur trois modèles d'avions ayant des séries de fréquences réduites différentes. Cette étude permettra d'établir l'importance du choix des fréquences réduites à choisir lors de la génération des forces aérodynamiques.

Le premier modèle utilise une série de 10 valeurs, $k = 0.00009, 0.001, 0.01, 0.02, 0.1, 0.2, 1, 1.5, 2, 4$. Le deuxième modèle utilise 14 fréquences réduites, soit $k = 0.01, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.625, 0.67, 0.71, 0.77, 0.83, 0.91, 1$. Finalement, le troisième modèle sera la combinaison des 2 séries précédentes. Ces études seront effectuées pour des vitesses supersoniques ($M = 1.3$ et 1.6).

Nous pouvons préalablement affirmer que le fait d'utiliser des valeurs élevés pour les fréquences réduites aura une influence négligeable sur les résultats obtenus pour des

vitesse supersoniques puisque dans les calculs de battement, la fréquence réduite est établie à l'aide de la formule :

$$k = \frac{\omega b}{V} \quad (6.1)$$

Où ω est la période d'oscillation ($1/\text{freq} \times \pi/180$), b est la semi corde et V , la vitesse.

Cette relation démontre que la fréquence réduite est inversement proportionnelle à la vitesse. Donc, pour un nombre de Mach élevé, les matrices aérodynamiques pour des fréquences réduites élevées ne seront pas très sollicitées.

6.1 Résultats obtenus par le premier type d'analyse aéroserveoélastique

Le premier type d'analyse des battements aéroserveoélastique concerne la comparaison pour les trois différentes séries de fréquences réduites entre les résultats obtenus avec la méthode LS avec 2 termes de retard et ceux obtenus avec 10 termes de retard par rapport aux résultats obtenus par la méthode pk standard de battement. Le tableau XXIX montre les erreurs relatives des vitesses de battement de chaque analyse utilisant les séries de fréquences réduites par rapport à la méthode pk standard, et ce, pour les modes symétriques à $M = 1.3$.

Tableau XXIX

Erreurs relatives des vitesses de battement obtenues par le méthode LS par rapport à la méthode pk standard pour 2 et 10 termes de retard pour trois séries de k , modes symétriques, Mach = 1.3

Méthode	LS avec 2 termes de retard		LS avec 10 termes de retard	
	EAS F1	EAS F2	EAS F1	EAS F2
Première série k	0.320	-1.190	-4.230	5.170
Deuxième série k	0.315	1.420	-0.0096	-0.290
Troisième série k	0.330	1.970	-0.018	0.780

Le tableau XXX, suivant le même principe que pour le tableau précédent, présente les erreurs relatives pour $M = 1.6$.

Tableau XXX

Erreurs relatives des vitesses de battement obtenues par le méthode LS par rapport à la méthode pk standard pour 2 et 10 termes de retard pour trois séries de k , modes symétriques, Mach = 1.6

Méthode	LS avec 2 termes de retard	LS avec 10 termes de retard
EAS	EAS F1	EAS F1
Première série k	-0.61	-2.19
Deuxième série k	0.066	-0.03
Troisième série k	0.11	-0.01

Par la suite, en suivant les mêmes étapes que pour les modes symétriques, les tableaux XXXI et XXXII présentent ces erreurs relatives recueillies pour les analyses des modes anti-symétriques pour $M = 1.3$ et 1.6.

Tableau XXXI

Erreurs relatives des vitesses de battement obtenues par le méthode LS par rapport à la méthode pk standard pour 2 et 10 termes de retard pour trois séries de k , modes anti-symétriques, Mach = 1.3

Méthode	LS avec 2 termes de retard		LS avec 10 termes de retard	
EAS	EAS F1	EAS F2	EAS F1	EAS F2
Première série k	-0.048	-0.0558	-0.048	-0.0558
Deuxième série k	0.0012	-0.017	0.0007	-0.004
Troisième série k	0.0009	-0.017	0.0005	-0.0047

Tableau XXXII

Erreurs relatives des vitesses de battement obtenues par le méthode LS
par rapport à la méthode pk standard pour 2 et 10 termes de retard
pour trois séries de k , modes anti-symétriques, Mach = 1.6

Méthode	LS avec 2 termes de retard		LS avec 10 termes de retard	
	EAS F1	EAS F2	EAS F1	EAS F2
Première série k	-0.0382	-0.00017	-0.0382	-0.00017
Deuxième série k	0.0032	0.0058	-0.0016	-0.00124
Troisième série k	-0.0023	-0.0107	-0.002	-0.00018

6.2 Résultats obtenus par le deuxième type d'analyse aéroservoélastique

Aux tableaux suivants, nous avons comparé les résultats obtenus pour la deuxième série de fréquences réduites ($k's$) versus la troisième série ainsi que pour la première série versus la troisième série. Ces résultats ont été obtenus par les méthodes de battement standard, par la méthode LS avec 2 termes de retard (*lags*) et par la méthode LS avec 10 termes de retard (*lags*).

Ces tableaux présentent donc les erreurs relatives des vitesses de battements selon les différentes méthodes, pour différents nombres de termes de retard,

Tableau XXXIII

Comparaison des erreurs relatives des vitesses de battement obtenues par le méthode LS par rapport à la méthode *pk* standard pour 2 et 10 termes de retard pour trois séries de k , modes symétriques, Mach = 1.3

Set de $k's$	2 ^{ième} vs 3 ^{ième} set de $k's$		1 ^{ière} vs 3 ^{ième} set de $k's$	
EAS	EAS 1	EAS 2	EAS 1	EAS 2
<i>pk</i> standard	0.001	0	3.98	-0.04755
LS avec 2 lags	-0.018	-0.0056	3.97	-0.0813
LS avec 10 lags	0.0096	-0.0107	-0.06	-0.0012

Tableau XXXIV

Comparaison des erreurs relatives des vitesses de battement obtenues par le méthode LS par rapport à la méthode *pk* standard pour 2 et 10 termes de retard pour trois séries de k , modes symétriques, Mach = 1.6

Set de $k's$	2 ^{ième} vs 3 ^{ième} set de $k's$	1 ^{ière} vs 3 ^{ième} set de $k's$
EAS	EAS 1	EAS 2
<i>pk</i> standard	0	0.02207
LS avec 2 lags	-0.000488	0.015
LS avec 10 lags	-0.00017	0.000833

Tableau XXXV

Comparaison des erreurs relatives des vitesses de battement obtenues par le méthode LS par rapport à la méthode pk standard pour 2 et 10 termes de retard pour trois séries de k , modes anti-symétriques, Mach = 1.3

Set de k 's	2 ^{ième} vs 3 ^{ième} set de k 's		1 ^{ière} vs 3 ^{ième} set de k 's	
EAS	EAS_1	EAS_2	EAS_1	EAS_2
<i>pk</i> standard	0	0	-0.0229	0.0347
LS avec 2 lags	0.00022	-0.00013	-0.0734	-0.00227
LS avec 10 lags	0.00022	0.00074	-0.0729	-0.01434

Tableau XXXVI

Comparaison des erreurs relatives des vitesses de battement obtenues par le méthode LS par rapport à la méthode pk standard pour 2 et 10 termes de retard pour trois séries de k , modes anti-symétriques, Mach = 1.6

Set de k 's	2 ^{ième} vs 3 ^{ième} set de k 's		1 ^{ière} vs 3 ^{ième} set de k 's	
EAS	EAS_1	EAS_2	EAS_1	EAS_2
<i>pk</i> standard	0	0	0.027686	0
LS avec 2 lags	0.00543	0.01635	-0.00719	0.01039
LS avec 10 lags	0.00051	-0.00107	-0.00740	0.00001

CONCLUSION

Lors de la réalisation de ce mémoire, le développement des programmes d'analyses a constitué une étape majeure de l'ensemble du projet. Afin de valider les différents programmes, deux modèles d'avions ont été mis en évidence, le CL-604 de Bombardier Aéronautique ainsi que le F/A-18 SRA de la NASA.

Le premier défi était de développer une méthodologie de développement des programmes mathématiques permettant une réutilisation facile dans les études ultérieures.

Afin de comprendre les différents paramètres des études aéroserveoélastique, les programmes ont ainsi été utilisés sur les deux avions, ce qui nous a permis de comprendre les comportements de ces théories de la littérature sur l'aéroserveoélasticité.

Les résultats ont ainsi été synthétisés sous forme de tableaux des résultats. Ainsi, les résultats ont été présentés pour chaque modèle d'avion, soit le CL-604 de Bombardier Aéronautique, qui est un avion civil et le F/A-18 SRA de la NASA qui est un avion militaire nécessitant des analyses à plus haute vitesse.

Analyse des résultats du CL-604

Le CL-604 étant un avion civil, la vitesse utilisée dans cette analyse a été $Mach = 0.85$. Les résultats obtenus sous forme d'erreur relative aux valeurs obtenues de Bombardier Aéronautique, ont permis d'établir que la méthode d'approximation LS dans l'étude des vitesses de battement du modèle était très efficace dans l'exactitude des résultats par rapport aux vitesses obtenues par la méthode *pk*. Comme il est possible de le voir dans les tableaux présentés au chapitre 4, tant au niveau des études des modes élastiques et des modes élastiques/rigides, symétriques et anti-symétriques, les erreurs demeurent dans l'ordre du 1% et moins pour l'utilisation de 8 et de 10 termes de retard. Par contre,

à ce niveau, il est parfois important de considérer la vitesse de traitement puisque celle-ci peut s'avérer assez considérable en utilisant ce nombre de terme de retard avec une cinquantaine de modes. Ainsi, si la rapidité doit prédominer sur l'exactitude, un nombre plus restreint de termes pourrait s'avérer intéressant. Comme présenté dans les tableaux III à VIII, nous voyons que pour 2 termes de retard, l'erreur peut s'avérer significative comme au tableau VI, pour le premier phénomène de battement, où l'erreur est d'environ 12%.

L'erreur minimale de la vitesse équivalente EAS et de la fréquence Freq calculée pour chaque cas dans les tableaux III (44 modes), IV (47 modes), V (50 modes) et VI (53 modes) donne le nombre optimal de termes de retard (lags) à utiliser dans la méthode LS pour chaque nombre de modes.

Tableau XXXVII

Nombre optimal de termes de retard (*lags*) à utiliser dans la méthode LS pour les différents cas sur l'avion CL-604

	F1		F2		F3		F4		Erreur	
	EAS	Freq	EAS	Freq	EAS	Freq	EAS	Freq	EAS	Freq
44 modes	8	8	8	8	8	8	8	10	8	8
47 modes	8	8	10	8	10	10	8	10	8	8
50 modes	10	10	10	10	8	2	8	2	8	10
53 modes	10	10	10	10	8	8	8	8	10	10

Ainsi, le tableau XXXVII est une synthèse de ce modèle d'avion où nous voyons clairement qu'un nombre de terme de retard de huit s'avère être une solution optimale et que passé ce nombre, l'erreur peut même devenir plus significative même si le temps de traitement est plus lourd.

Analyse des résultats du F/A-18 SRA

Pour le modèle de la NASA, soit le F/A-18 SRA, les études ont été beaucoup plus poussées puisque plus de données nous ont été fournies. Ainsi, nous avons plusieurs matrices aérodynamiques pour plusieurs nombres de Mach et plusieurs séries de fréquences réduites, ainsi, il nous a été possible d'élaborer plus en profondeur les analyses en effectuant une variation du nombre de Mach et des séries de fréquences réduites sur le modèle.

De cette façon, 2 types analyses ont été effectuées, la première étant de la même nature que pour le CL-604, en calculant les erreurs relatives à la méthode pk (chapitre 5), et la deuxième étant une analyse des résultats par l'utilisation de différentes séries de fréquences réduites (chapitre 6).

Par les résultats présentés au chapitre 5, nous pouvons observer à première vue que peu importe le nombre de Mach et le nombre de terme de retard optimal demeure de l'ordre de 6 et plus. Pour mieux visualiser l'efficacité au niveau de l'exactitude des résultats, le tableau suivant présente l'erreur moyenne pour chaque nombre de terme de retard en regroupant l'ensemble des analyses effectuées. Pour simplifier la présentation, nous n'avons utilisé que l'erreur au niveau de la vitesse équivalente de l'air (EAS).

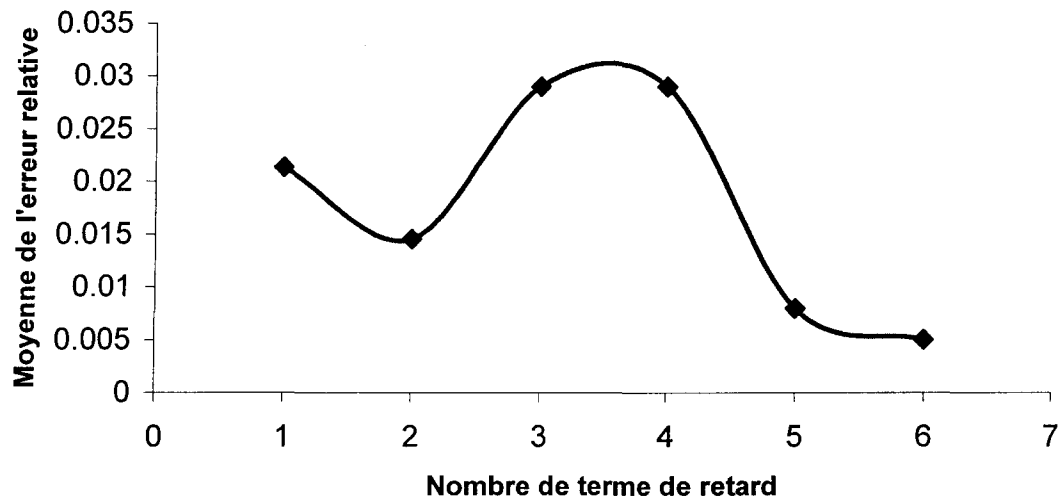


Figure 24 Erreur relative fonction du nombre de terme de retard

Nous voyons facilement par cette courbe simpliste que du point de vu de l'exactitude des résultats, six termes de retard constitue le meilleur choix.

La raison pour laquelle un nombre de termes de retard plus élevé n'a pas été étudié est que les résultats sont quasi identiques pour tous les termes supérieurs à six. Ainsi, il serait inutile de se pencher sur ces cas.

De la même façon que pour le CL-604, un tableau des erreurs minimales de la vitesse équivalente EAS et de la fréquence Freq calculée pour chaque cas dans les tableaux d'erreurs relatives du chapitre 5 a été construit pour démontrer que six termes de retard est généralement la valeur optimale dans ce modèle d'avion.

Tableau XXXVII

Nombre optimal de termes de retard (*lags*) à utiliser dans la méthode LS pour les différents cas sur l'avion F/A-18 SRA

	Mach	F1		F2	
		EAS	Freq	Eas	Freq
Symétrique	0.85	6	6	2	3
	1.1	7	5	6	2
	1.4	5	5	-	-
	1.6	6	5	-	-
Anti-symétrique	0.85	6	6	6	4
	1.1	1	2	6	1
	1.4	2	5	-	-
	1.6	1	6	-	-

En comparant les résultats du F/A-18 avec ceux du CL-604, nous remarquons que les erreurs sont généralement inférieures pour le F/A-18. L'une des raisons majeures est la forme des matrices aérodynamiques fournies dans le modèle. En observant ceux-ci, nous voyons que la série du F/A-18 est plus complète (14 valeurs) comparativement à 8 pour le CL-604. Ainsi, l'évaluation de la LS sera plus précise, ce qui nous donnera de meilleures approximations.

En plus d'effectuer une analyse standard de la même façon que pour le CL-604, il nous a été possible d'étudier la sensibilité des résultats par rapport aux différentes séries de fréquences réduites employées. Ainsi, nous sommes en mesure d'établir si ce paramètre influence ou non la pertinence des résultats obtenus.

Dans le chapitre 6, trois séries ont été utilisées dans les analyses pour établir certaines relations entre les résultats et la forme des séries. En se penchant sur la première partie du chapitre, par observation des tableaux XXIX à XXXII, nous pouvons établir que la deuxième série de fréquences réduites est la plus précise peu importe le nombre de terme de retard utilisé. De plus, la troisième série fournit également d'excellents

résultats, ce qui démontre en quelque sorte que la série de fréquences réduites vient jouer un rôle dans l'exactitude des résultats sans venir influencer de façon dramatique. Par contre, il est important de sélectionner une plage de fréquences réduites tenant compte des vitesses qui seront analysées puisque la fréquence réduite est inversement proportionnelle à la vitesse (voir équation 6.1).

Conclusion générale

Finalement, l'ensemble des résultats permet d'établir que l'ensemble des programmes développés en utilisant la méthode LS sont valides. Évidemment, il existe d'autres méthodes qui auraient été aussi performantes pour effectuer ces analyses mais la méthode des moindres carrés est une excellente alternative entre l'exactitude et la rapidité de traitement qui, éventuellement, pourra facilement être intégré dans les systèmes de contrôle actif en aéronautique.

Nous avons observés dans ce projet qu'une grande importance devait être mise sur la précision des résultats en ajustant les termes de retard de l'évaluation LS. Il serait peut-être intéressant d'évaluer éventuellement une méthode qui pourrait tenir compte d'une variation du nombre de terme en fonction du mode. Ainsi, par exemple, l'algorithme effectuerait l'étude de plusieurs termes de retard pour retenir la plus performante pour chaque mode (emplacement dans la matrice aérodynamique). Cette méthode serait évidemment très coûteuse au départ en terme de traitement mais permettrait une évaluation optimale de chaque terme de la matrice des forces aérodynamiques.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Edwards, J.W., 1977, Unsteady Aerodynamic Modeling and Active Aeroelastic Control, Ph.D Dissertation, Stanford University.
- [2] Roger, K.L., 1977, Airplane Math Modeling Methods for Active Control Design, AGARD-CP-228.
- [3] Karpel, M., 1990, Design for Active Flutter Suppression and Gust Alleviation Using State Space Aeroelastic Modeling, AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 13(1), pp. 30-37.
- [4] Buttrill, E., Bacon, B., Heeg, J., Houck, J. and Wood, D., 1992, Simulation and Model Reduction for the AFW Program, AIAA Paper 92-2081-CP, AIAA Dynamics Specialists Conference, Dallas, Texas.
- [5] Mukhopadhyay, V., 1995, Flutter Suppression Control Law Design and Testing for the Active Flexible Wing, Journal of Aircraft, Vol. 32(1), pp. 45-51.
- [6] Poirion, F., 1995, Modélisation temporelle des systèmes aéroserveoélastiques. Application à l'étude des effets des retards, La Recherche Aérospatiale, No. 2, pp. 103-114.
- [7] Tiffany, SH and Adams, WM., 1988, Nonlinear programming extensions to rational function approximation of unsteady aerodynamics. NASA TP-2776.
- [8] Tiffany, SH, Adams, WM Jr., 1984, Fitting aerodynamic forces in the Laplace domain: an application of a nonlinear non-gradient technique to multilevel constrained optimization. NASA TM 86317.
- [9] Dunn, HJ., 1980, An analytical technique for approximating unsteady aerodynamics in the time domain. NASA TP-1738.
- [10] Karpel, M., 1992, Multidisciplinary optimization of aeroservoelastic systems using reduced size models. Journal of Aircraft, Vol 29, No. 5, pp 939-946.
- [11] Poirion, F., 1995, Modélisation temporelle des systèmes aéroserveoélastiques. Application à l'étude des effets des retards, La Recherche Aérospatiale, No. 2, pp. 103-114.
- [12] Poirion, F., 1996, Multi-Mach rational approximation to generalized Aerodynamic Forces, Journal of Aircraft, Vol. 33, No. 6, pp. 1199-1201.

- [13] Botez, R.M., Bigras, P., 1999, Aerodynamic approximation of the unsteady forces for the aeroservoelasticity study, 46th CASI Canadian Aeronautics and Space Institute Annual Conference, Montréal, Canada, 2-5 May, pp. 155-161.
- [14] Cotoi, I., Botez, R.M., 2002, Method of unsteady aerodynamic forces approximation for aeroservoelastic interactions, AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 25, No. 5, pp. 985-987.
- [15] Luus, R., 2000, Iterative dynamic programming, Ed. Chapman & Hall / CRC, Boca Raton London New York, pp. 44-54.
- [16] Botez, R.M., Cotoi, I., Dinu, A.D., 2002, The Luus-Jakola model reduction procedure applied to aeroservoelastic systems, 27th Annual Congress of the American-Romanian Academy of Arts and Science, Oradea, Roumanie.
- [17] Cotoi, I., Dinu, A. D., Botez, R.M., 2004, Model order reduction for aeroservoelasticity studies by use of LRSM and LRSM algorithms, The 24th International Congress of Aeronautical Sciences ICAS 2004, Yokohama, Japan, 30/08-03/09/2004.
- [18] Hiliuta, A., Botez, R.M., Brenner, M., 2005, Approximation of unsteady aerodynamic forces by use of fuzzy techniques, 46th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, Austin, Texas, 18-21 avril.
- [19] Gupta, K.K., (1991), An integrated general purpose finite element structural, aeroelastic, and aeroservoelastic analysis computer program, NASA Technical Memorandum 101709.
- [20] Rodden, W. P., Johnson, E. H., 1994, MSC Nastran - Aeroelastic Analysis, User's Guide V68.
- [21] Price, S.J., (1999), Unsteady Aerodynamics, Aeroelasticity, McGill University, Montreal, QC, pp. 187-225.